BHS III 26

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek:
Gruppe: III
B. Nr. 26

Anleitung

zu

Ausmittelung der Größe

verschiedenartig geformter Gefäße,

nach gegebenen Bedingungen durch geometrische Constructionen,

für

Gewerbtreibende,

von

C. F. Wagner,

K. S. Wasserbau = Director a. D.

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek: III
Gruppe: III
B Nr. 26

Mit 28 Tafeln.

Dresden und Leipzig,

in der Arnoldischen Buchhandlung.

1 8 3 8.

BIBLIOTHEK DER K. B. GENERAL BERGW. U. SALINEN ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorwort.

Die Kunst, Gefäße aus verschiedenen Stoffen, als Eisen, Kupfer, Zinn, Blei, Eisen-, Messing- und Kupferblech, Holz, Thon, Pappe u. a. m., zu verfertigen, findet manchfaltige nützliche Anwendung. Bei der Ausmittelung der Abmessungen von Gefäßen zeigen sich aber dann Schwierigkeiten, wenn verlangt wird, Gefäße von einer vorgeschriebenen Form und Größe zu verfertigen. Die Verfertiger von Gefäßen besitzen nämlich gewöhnlich nur Muster zu den am häufigsten vorkommenden von einer gewissen Form und Größe. Sollen aber Gefäße von einer anderen Form oder Größe geliefert werden, so mangeln diese sehr oft und der Arbeiter befindet sich dann in nicht geringer Verlegenheit, wenn dazu unter seinen Mustern kein Exemplar sich vorfindet und er auch, in Ermangelung der dazu nöthigen Kenntnisse, dergleichen nach jeder vorgeschriebenen Form und Größe selbst zu fertigen sich außer Stand befindet.

Die Kenntniß, wie die Abmessungen zu Gefäßen von verschiedener Form und Größe, z. B. zu Gefäßen

zum Messen flüssiger oder trockener Gegenstände, oder überhaupt zu Gefäßen, welche unter gewissen, in Hinsicht auf ihre Form vorgeschriebenen Bedingungen einen gegebenen körperlichen Inhalt in sich fassen sollen, auszumitteln sind, ist daher für die Verfertiger derselben unentbehrlich.

Da aber die Abmessungen zu Gefäßen von gegebener Form und Größe sowohl durch Berechnung, als auch durch geometrische Construction aufgefunden werden können, so entsteht die Frage, welche von beiden Verfahrungarten für Personen, welche in der Rechnenkunst nur wenig bewandert sind, besonders aber von quadratischen und cubischen Berechnungen keine Kenntniß haben, die zweckmäßigste und für sie am leichtesten zu erlernende sei.

Bei Beantwortung dieser Frage wird in Erwägung zu ziehen sein, welche Verfahrungart die genauesten Resultate giebt. In dieser Hinsicht ist zu bemerken, daß zwar, wie nicht in Abrede zu stellen ist, durch die Berechnung genauere Resultate erhalten werden als durch das constructive Verfahren, und es gewinnt daher das Ansehen, als ob die Berechnung der geometrischen Construction vorzuziehen sei. Da aber die durch Berechnung erhaltenen genaueren Resultate, wenn sie Tausendtheilchen der Maßeinheit übersteigen, nicht mit vollkommener Genauigkeit von dem Maßstabe, nach welchem die Zeichnung zu dem Gefäße aufgetragen wird, abgenommen werden können,

bei der constructiven Verfahrungart aber, wenn dabei die erforderliche Genauigkeit beobachtet wird, sich nur ein Fehler ergeben kann, der Tausendtheile der Maßeinheit beträgt, so ist klar, daß bei dem hier beabsichtigten Zwecke in Hinsicht auf Genauigkeit keine Verfahrungart vor der anderen einen erheblichen Vorzug verdiene. Daß es aber hinreichend ist, die Größe der Abmessungen nur bis auf Tausendtheilchen zu bestimmen, geht daraus hervor, daß in der Ausübung bei dem Zuschneiden der Theile, aus welchen das Gefäß zusammengesetzt wird, oder bei der Bearbeitung desselben überhaupt eine Genauigkeit, bei der Tausendtheilchen der Maßeinheit berücksichtigt werden sollen, ohnehin nicht ausführbar ist.

Aus diesem Allen ergiebt sich, daß die Ausmittelung der Abmessungen zu Gefäßen durch geometrische Construction in Hinsicht auf die dadurch zu erhaltende Genauigkeit nicht verwerflich sein kann.

Da nun überdieß die Vorkenntnisse, welche zur Ausübung der constructiven Verfahrungart nöthig sind, sich weit leichter als die zur Berechnung erforderlichen erlernen lassen, und wohl nicht zu bezweifeln ist, daß jetzt die zur Berechnung erforderlichen Kenntnisse der Mehrzahl von Arbeitern, welche sich mit der Verfertigung von Gefäßen beschäftigen, mangeln, so dürfte die constructive Verfahrungart um so mehr zu empfehlen sein.

Wenn auch in neuerer Zeit den jungen Leuten, welche sich einem Handwerke widmen wollen, mehr als ehedem Gelegenheit verschafft worden ist, sich mathematische Kenntnisse zu erwerben, so wird doch höchst wahrscheinlich noch ein langer Zeitraum erforderlich sein, ehe sich diese Kenntnisse allgemein verbreiten, weil die Verhältnisse einer großen Anzahl junger Leute nicht gestatten, diese neu errichteten Unterrichtanstalten gehörig zu benutzen. Wenn sie diese Kenntnisse aber in der Jugend nicht haben erlernen können, so hält es gewöhnlich sehr schwer, diese sich späterhin noch anzueignen, weil sie mehrentheils durch die damit verbundenen Schwierigkeiten davon abgeschreckt werden; denn es ist nicht zu verkennen, daß, wenn sie sich dieselben ohne weitere Anweisung aus mathematischen Schriften verschaffen wollen, ihre Verhältnisse ihnen wohl nur selten erlauben, so viel Zeit auf dieß Studium zu verwenden, als erforderlich ist, die Resultate von denjenigen Lehrsätzen, welche sie zu ihrem Zwecke bedürfen, ohne vielfachen Zeitverlust auffinden zu können, da in diesen Schriften viele andere Lehren abgehandelt werden, die in keiner unmittelbaren Beziehung mit ihrem Zwecke stehen. Hierdurch abgeschreckt, geben sie meistentheils, auch bei dem beßten Willen, ihr löbliches Vorhaben wieder auf.

Eine Anweisung, wie die Abmessungen zu Gefäßen unter gewissen gegebenen Bedingungen aufgefunden werden können, ist mir bisher nicht bekannt

worden, und da die Ausarbeitung einer dergleichen Anweisung, wie sich aus Obigem ergiebt, als ein nicht überflüssiges und nutzloses Unternehmen und diese Anweisung daher wohl als ein brauchbares Handbuch in Gewerbschulen zu betrachten sein dürfte, so unternahm ich es, einen Versuch zu machen, eine dergleichen Anweisung zu entwerfen und durch Zeichnungen zu erläutern. Mein vorzüglichstes Bestreben dabei war, diese Anweisung so deutlich und verständlich, als es mir nur möglich war, abzufassen, da sie meiner Absicht nach für Personen bestimmt ist, bei denen die erforderlichen Vorkenntnisse nicht vorauszusetzen sind. Ob mich das Bestreben, diese Anweisung für Personen ohne Vorkenntnisse hinreichend deutlich und verständlich zu entwerfen, nicht vielleicht zu einer allzugroßen Weitläufigkeit verleitet hat, muß ich der Beurtheilung sachkundiger Personen unterwerfen. Wer sich jedoch damit beschäftigt hat, wissenschaftliche Gegenstände populär vorzutragen, wird die sich dabei vorfindende Schwierigkeit, die richtige Mittelstraße zwischen allzugroßer Weitläufigkeit und unverständlicher Kürze zu treffen, aus eigener Erfahrung kennen, und ich hoffe daher, eine nachsichtvolle Beurtheilung dieses Versuches erwarten zu dürfen.

Die mathematischen Lehrsätze, auf welche sich das bei den verschiedenen Constructionen angewendete Verfahren gründet, und eben so die Beweise dieser Lehrsätze beizufügen, schien mir entbehrlich, weil der Mathematiker — für welchen diese Abhandlung ohne-

hin nicht geschrieben ist — diese leicht selbst wird auffinden können, für Diejenigen aber, welche der Mathematik unkundig sind, — und für welche diese Anweisung eigentlich bestimmt ist — diese Lehrsätze und deren Beweise nicht verständlich sein würden. Dagegen hielt ich es für zweckmäßig, nicht bloß die zur Ausmittelung der Abmessungen der Gefäße anzuwendende Verfahrungart anzugeben, sondern diese auch zugleich durch Beispiele zu erläutern, weil Beispiele ungemein viel zur deutlichen Auffassung beitragen. Diese Beispiele gewährten zugleich auch noch den Vortheil, daß sich die Schwierigkeiten, welche sich bei Ausführung der Constructionen hin und wieder ergeben, durch behufige Erläuterungen beseitigen ließen. Auch ist dabei über die Verwandlung der Grundflächen der Gefäße in Quadrate oder in andere Figuren das Erforderliche beigefügt worden, und da bei Aufzeichnung der Seitenflächen eines Gefäßes, um danach die Schnitte oder Muster zu machen, mitunter eigene Verfahrungarten angewendet werden müssen, so ist auch hierzu Anweisung ertheilt worden. Wenn auch die beigefügten perspectivischen Ansichten der Gefäße nicht als unbedingt nöthig anzusehen sind, so gewähren sie doch ein anschauliches Bild derselben und dürften daher nicht als ganz überflüssig zu betrachten sein.

Um die Ueberzeugung zu erhalten, daß die durch die Constructionen erhaltenen Abmessungen genau und richtig aufgefunden worden sind, so wurden diese nach

angestellten Berechnungen geprüft. Die Construction, durch welche aus der gegebenen Seite eines Quadrates gefunden werden kann, wie viele Quadrat-Maßeinheiten dieses Quadrat enthalte, oder die Erhebung einer Größe zum Quadrat, ferner durch welche Construction die Ausziehung der Quadratwurzel erhalten werden kann, mögen als Beispiele dienen, um das dabei beobachtete Verfahren nachzuweisen, zugleich aber auch darzuthun, wie unerheblich der Unterschied zwischen der Berechnung und der Construction ist. Die gegebene Seite des Quadrates ABCD Fig. 20. Taf. I. sei AB = 3 Zoll. LM Fig. 11. Taf. I. wird nach Aufgabe VI. AB Fig. 20., MN Fig. 11. aber 1 Zoll gleich gemacht und LN gesucht.

$$LN = \sqrt{LM^2 + LN^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{9 + 1}$$
$$= \sqrt{10}$$
$$3,\ 1622776$$

$$\text{und } NO = \frac{LN}{2} = \frac{3,\ 1622776}{2} = 1,\ 5811388.$$

Ferner wird der Winkel LNM ausgemittelt,

$$< N = \text{tang. } N = \frac{LM \times \text{sin. tot.}}{MN}$$
$$= \frac{3 \times \text{sin. tot.}}{1}$$
$$= \text{log. } 3 + \text{log. sin. tot.} - \text{log. } 1.$$
$$= 0,\ 4771213 + 10,\ 0000000 - 0$$
$$= 10,\ 4771213$$
$$= 71^\circ\ 33'\ 54{,}18''$$

Nun kann NP aufgefunden werden, nämlich

$$NP = \frac{\text{sin. tot. NO}}{\text{cosin. N}}$$

$$= \frac{\text{sin. tot.} \times 1,\ 5811388}{\text{cosin. } 71^\circ\ 33'\ 54{,}18''}$$

$= \text{log. sin. tot.} + \text{log.}\ 1{,}5811388 - \text{log. cosin. } 71^\circ 33' 54{,}18''$

$= 10,\ 0000000 + 0,\ 1989698 - 9,\ 5000000$

$= 4,\ 999998$

$MP = NP - 1$

$= 4,\ 999998 - 1$

$= 3,\ 999998$

$NQ = NM + MP + PQ$

$= 1 + 3,\ 999998 + 3,\ 999998$

$= 8,\ 999996.$

Da nun das Quadrat von 3 Zoll = 3 + 3 = 9 □ Zoll ist, so findet hier zwischen der Berechnung und der Construction nur ein Unterschied von $\frac{1}{200000}$ Zoll statt, welcher in der Ausübung gar nicht bemerkbar werden kann.

Wenn ferner aus 14 □ Zoll die Quadratwurzel gefunden werden soll, so wird Fig. 439. Taf. XXIV. DE 14 Längenzollen und FD 1 Zoll gleich gemacht. Hieraus ist DK als die mittlere Proportionalzahl zwischen FD und DE nach Aufgabe V. oder VII. zu suchen, welche durch Rechnung erhalten wird, wenn DE mit FD multiplicirt und aus dem Producte die Quadratwurzel gezogen wird, nämlich

$$DK = \sqrt{DE \times FD}$$
$$= \sqrt{14 \times 1}$$
$$= \sqrt{14}$$
$$= 3,741657 \text{ Zoll},$$

welche Länge auch erhalten wird, wenn man die durch Construction aufgefundene Linie DK nach dem tausendtheiligen Maßstabe ausmißt.

In mehren Fällen wird es nöthig, die Länge der durch Construction aufgefundenen Abmessungen nach dem tausendtheiligen Maßstabe zu bestimmen, wie dieß auch bei obigen Beispielen geschehen ist, und es wurde daher erforderlich, eine Anleitung beizufügen, wie ein dergleichen Maßstab zu zeichnen ist und wie die Maße von demselben abzunehmen sind. In der ersten Abtheilung ist Anweisung hierzu, so wie auch zu Zeichnung des hunderttheiligen Maßstabes ertheilt worden, da von letzterem dann, wenn eine minder genaue Ausmessung ausreichend ist, Gebrauch gemacht werden kann. Da aber bei dem Gebrauche dieser Maßstäbe einige Kenntniß von den Decimalbrüchen nöthig ist, so schien es nicht überflüssig zu sein, in der Einleitung über dieselben etwas anzuführen, wobei ich mich jedoch nur auf das unumgänglich Nothwendige beschränkt habe.

Da die constructive Geometrie bei Auflösung fast aller Aufgaben öftere Anwendung findet, so war ich gesonnen, in einem Anhange eine Anweisung zu Zeichnung der Linien und Winkel, so wie auch der grad- und krummlinigen Figuren beizufügen, allein ich über-

zeugte mich bald, daß eine dergleichen Anweisung, wenn sie auch nur einigermaßen vollständig werden sollte, für den vorliegenden Zweck zu weitläufig ausfallen werde, und ich gab daher dieses Vorhaben auf — zumal da Derjenige, welcher keine Kenntniß von der constructiven Geometrie hat, sich aus mehren hierüber bereits erschienenen Schriften (von denen ich hier nur die des Professors Fischer erwähnen will) Raths erholen kann — und habe mich nur darauf beschränkt, da, wo mir es unentbehrlich schien, das jedesmalige Verfahren so kurz als möglich in den Auflösungen der Aufgaben mitzutheilen. Dagegen habe ich, da die in der Rechnenkunst vorkommenden Bezeichnungen der Größen, ferner die Benennung der Linien, Winkel, Flächen und Körper, vielleicht Manchem, der von dieser Abhandlung Gebrauch machen will, nicht bekannt, wenigstens nicht geläufig sein dürften, um allem Anstoße bei dem Gebrauche dieser Anweisung so viel als möglich vorzubeugen, in einem Anhange die Erklärung dieser Gegenstände beigefügt und diese alphabetisch geordnet, damit Jeder, dem etwa eine Benennung nicht bekannt ist, sich in diesem Anhange darüber ohne Zeitverlust Auskunft verschaffen könne.

Inhalt.

		Seite.
Einleitung	. . . .	1

Erste Abtheilung.

Auflösung von Aufgaben, welche bei Auffindung der Abmessungen zu Gefäßen öftere Anwendung finden.

Aufgabe.		
I.	Addition der Linien	7
II.	Subtraction der Linien	7
III.	Multiplication der Linien	7
	Zusatz	8
IV.	Division der Linien	8
V.	Mittlere Proportionallinie zwischen zwei gegebenen Linien	9
VI.	Erhebung einer Größe zum Quadrat	9
	Zusatz	10
VII.	Ausziehung der Quadratwurzel	10
	Zusatz 1.	11
	Zusatz 2.	12
	Zusatz 3.	12
	Zusatz 4.	14
VIII.	Hunderttheiliger Maßstab	15
IX.	Tausendtheiliger Maßstab	17

Zweite Abtheilung.

Die Höhe eines Gefäßes auszumitteln, wenn der körperliche Inhalt desselben nebst der Größe und Figur seiner Grundfläche gegeben ist.

X.	Der Würfel	18
XI.	Prisma, dessen Grundfläche ein Quadrat ist	18
	Zusatz	19
XII.	Die Grundfläche ein längliches Rechteck	20
XIII.	Die Grundfläche eine gleichseitige Raute	21

Aufgabe. Seite.

XIV. Die Grundfläche eine längliche Raute 23

XV. Dreieckiges Prisma 24

Beispiel 1. Gleichseitiges Dreieck 24

Beispiel 2. Rechtwinkeliges Dreieck 25

Beispiel 3. Spitzwinkeliges ungleichseitiges Dreieck . 25

Beispiel 4. Stumpfwinkeliges Dreieck 26

XVI. Die Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck . . . 26

XVII. Grundfläche, bei welcher nur die einander gegenüber stehenden Seiten und Winkel gleiche Länge und Größe haben 28

XVIII. Die Grundfläche ein unregelmäßiges Vieleck . . 30

XIX. Pyramide 31

XX. Abgekürzte Pyramide 32

XXI. Cylinder 34

XXII. Kegel 35

XXIII. Abgekürzter Kegel 36

XXIV. Elliptische Grundfläche 38

XXV. Kugel 39

XXVI. Halbkugel 39

XXVII. Kugelabschnitt 39

XXVIII. Zone 41

XXIX. Gefäße, deren Seitenwände nicht sämmtlich, oder deren Achsen nicht senkrecht auf der Grundfläche stehen . 44

Dritte Abtheilung.

Die Grundfläche eines Gefäßes auszumitteln, zu welchem der körperliche Inhalt und die Höhe gegeben ist.

XXX. Der Würfel 46

XXXI. Viereckiges Prisma, dessen Grundfläche ein Quadrat ist 47

Zusatz 47

XXXII. Die Grundfläche ein längliches Rechteck . . . 48

XXXIII. Die Grundfläche ein längliches Rechteck, zu welchem das Verhältniß der Seiten gegeben ist . . . 49

XXXIV. Die Grundfläche eine gleichseitige Raute, deren spitze Winkel einen halben rechten Winkel bilden, . 51

XXXV. Die Grundfläche eine gleichseitige Raute, zu welcher ein spitzer Winkel gegeben ist. 52

XXXVI. Die Grundfläche eine längliche Raute, zu welcher eine Seitenlinie und ein spitzer Winkel gegeben ist . 53

XXXVII. Die Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, zu welchem die Länge der den rechten Winkel einschließenden Seiten willkürlich ist 54

Aufgabe. Seite.

XXXVIII. Die Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, zu dem die Länge einer Seite, welche den rechten Winkel einschließt, gegeben ist 55

XXXIX. Die Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, bei dem die den rechten Winkel einschließenden Seiten gleiche Länge haben 56

XL. Die Grundfläche als gleichschenkeliges Dreieck, zu dem die dritte Seite gegeben ist 56

XLI. Die Grundfläche als gleichseitiges Dreieck 57

XLII. Die Grundfläche als ungleichseitiges Dreieck, zu welchem eine Seite und ein spitzer Winkel gegeben ist . 58

XLIII. Die Grundfläche als ungleichseitiges, stumpfwinkeliges Dreieck, zu welchem eine Seite und der stumpfe Winkel gegeben ist 59

XLIV. Die Grundfläche als reguläres Vieleck 60

Zusatz 62

XLV. Die Grundfläche als Vieleck, bei dem nicht alle Seiten gleich lang sind, bei dem aber die einander gegenüber stehenden Winkel gleiche Größe haben . . 65

XLVI. Pyramide 67

Zusatz 68

XLVII. Abgekürzte Pyramide, zu welcher das Verhältniß der Seitenlinien von der oberen und unteren Fläche gegeben ist 68

XLVIII. Cylinder 71

XLIX. Kegel 71

L. Abgekürzter Kegel, zu dem der Durchmesser der oberen und unteren Fläche gegeben ist 72

LI. Die Grundfläche als Ellipse, zu welcher die große und kleine Achse gegeben ist 75

LII. Kugel 77

LIII. Halbkugel 77

LIV. Kugelabschnitt 78

LV. Zone 79

LVI. Auffindung der Grundfläche bei Gefäßen, deren Seitenwände oder Achsen eine gegen diese geneigte Lage haben 81

Vierte Abtheilung.

Ausmittelung des körperlichen Inhaltes der Gefäße.

LVII. Würfel 82

LVIII. Prisma, dessen Grundfläche ein Quadrat ist . . 83

Anmerkung 83

Aufgabe.		Seite.
LIX.	Pyramide	84
LX.	Kegel	84
LXI.	Abgekürzte Pyramide	85
LXII.	Abgekürzter Kegel	86
LXIII.	Kugel	87
LXIV.	Halbkugel	87
LXV.	Kugelabschnitt	88
LXVI.	Zone	89

Fünfte Abtheilung.

Vergrößerung und Verkleinerung eines Gefäßes nach einem gegebenen Verhältniß.

LXVII.	Vergrößerung eines Gefäßes	91
LXVIII.	Verkleinerung eines Gefäßes	94
	Anhang	96

Einleitung.

Soll ein Gefäß eine bestimmte Größe erhalten, um eine Menge Flüssigkeiten, z. B. Wasser, Wein, Oel u. dgl., oder trockene Körper, deren Theile keinen Zusammenhang unter sich haben, z. B. Mehl, Salz, trockene Gemüse u. dgl., in sich aufnehmen, oder als Maß für diese Gegenstände dienen, so muß die Größe desselben nach den in verschiedenen Ländern üblichen Maßen, als Kannen, Quarts, Nößeln, Seideln, Litres, Pinten, Steres, Metzen, Mäßchen u. dgl. mehr, gegeben und die Größe dieser Maße in Kubik-Fußen, -Zollen und -Linien oder in Metres u. s. f. bekannt sein.

Die Form und das Verhältniß der dem Gefäße zu gebenden Abmessungen kann entweder vorgeschrieben sein, oder dem Verfertiger überlassen bleiben, diese nach eigenem Ermessen zu bestimmen, oder es kann auch verlangt werden, nach einem bereits vorhandenen Gefäße ein anderes von gleich großem körperlichen Inhalte zu fertigen, welches aber andere Abmessungen erhalten soll. In allen diesen Fällen kommt es darauf an, nach dem gegebenen körperlichen Inhalte das richtige Verhältniß der Länge, Breite und Höhe des Gefäßes oder die Größen auszumitteln, welche der Boden (die Grundfläche) und die Seitenwände desselben erhalten müssen, um bei der vorgeschriebenen Form den gegebenen körperlichen Inhalt in sich aufnehmen zu können. Wenn hierbei durchgängig vorausgesetzt wird, daß der körperliche Inhalt, welchen das Gefäß bei einer vorgeschriebenen Form erhalten soll, bekannt ist, so kann entweder die Grundfläche desselben gegeben oder auch willkürlich angenommen worden sein und es soll die entsprechende Höhe gesucht werden,

oder es kann die Höhe des Gefäßes gegeben sein und es soll die Grundfläche desselben nach einer bestimmten Figur aufgefunden werden. Es kann aber auch die Aufgabe sein, ein Gefäß mit Beibehaltung seiner Form entweder nach einem bestimmten Verhältniß zu vergrößern oder zu verkleinern, und in diesem Falle wird es nöthig, zuvor den körperlichen Inhalt des gegebenen Gefäßes auszumitteln.

Der Zweck dieser Abhandlung ist, eine Anweisung zu ertheilen, wie bei den angeführten Fällen die zur Bildung des Gefäßes erforderlichen Abmessungen durch geometrische Constructionen aufgefunden werden können. Dieß soll in fünf Abtheilungen gelehrt werden, und zwar sind in der ersten die Auflösungen der vorzüglichsten Aufgaben, welche bei den Aufgaben der übrigen Abtheilungen oft vorkommen, zusammengestellt worden, um sich bei der vielfachen Anwendung dieser Aufgaben zu Vermeidung öfterer Wiederholungen auf dieselben beziehen zu können, und deßhalb ist auch die Bezeichnung der dazu gehörigen Figuren durch Buchstaben bei den ihnen ähnlichen Constructionen durchgängig beibehalten worden.

In der zweiten Abtheilung wird gezeigt, wie bei einem bestimmten körperlichen Inhalte des Gefäßes und der in verschiedenen Figuren gegebenen Grundfläche die Höhe, und in der dritten Abtheilung, wie bei ebenfalls gegebenem körperlichen Inhalte des Gefäßes und der vorgeschriebenen Höhe desselben die Grundfläche in verschiedenen Figuren auszumitteln ist.

Die vierte Abtheilung enthält die Anweisung zu Auffindung des körperlichen Inhaltes eines Gefäßes, wenn dessen Grundfläche und seine Höhe bekannt ist.

Endlich lehrt die fünfte Abtheilung, wie zu einem gegebenen Gefäße ein anderes, ihm ähnliches Gefäß construirt werden könne, das nach einem vorgeschriebenen Verhältniß entweder größer oder kleiner ist.

Bei allen diesen Ausmittelungen ist vorausgesetzt worden, daß der leere Raum, den das Innere des Gefäßes bildet, gleiche Größe mit dem gegebenen körperlichen Inhalte habe, ohne dabei die Dicke seiner Seitenwände und des Bodens zu berücksichtigen, da diese nach Beschaffenheit des Materiales, aus

welchem das Gefäß verfertigt wird, eine sehr verschiedene Dicke haben können. Ferner ist zu bemerken, daß die Seitenflächen und die Grundflächen der Gefäße nur so groß dargestellt worden sind, als es der innere Raum derselben erfordert, ohne auf die Zugabe Rücksicht zu nehmen, welche zu Verbindung der Seitenwände unter einander und mit dem Boden erforderlich ist, da sich hierüber nichts Bestimmtes angeben läßt, sondern die Größe dieser Zugabe lediglich von der Stärke des Materials, aus welchem das Gefäß verfertigt wird, und der Art, wie die Theile mit einander verbunden werden, abhängt. Diese Bemerkung muß daher bei'm Zuschneiden der Seitenwände und des Bodens nach der durch die Constructionen erhaltenen Zeichnung stets berücksichtigt werden.

Zur Maßeinheit, nach welcher die Zeichnungen aufgetragen worden sind, ist der Zoll gewählt worden, weil dieses Maß gewöhnlich zur Bestimmung von der Größe der Gefäße gebraucht wird. Sollte jedoch diese Bestimmung nach einem andern Maße verlangt werden, so ist die Construction selbst keiner Abänderung unterworfen, und es wird dann nur nöthig, statt des Zolles das vorgeschriebene Maß zu substituiren.

Um die Tafeln, welche die Zeichnungen enthalten, nicht zu groß machen zu müssen, und überhaupt um Raum zu ersparen, ist die Größe eines Zolles nur zu einem halben Zoll angenommen worden. Soll nun die Länge einer durch Construction aufgefundenen Linie auf den beigefügten Tafeln nach dem, Fig. 351. Taf. 28. in wahrer Größe gezeichneten, tausendtheiligen Zollmaßstabe abgenommen werden, so muß die Anzahl der Zolle und Bruchzolle, welche diese Linie auf dem Maßstabe giebt, doppelt genommen werden, um die wahre Größe derselben zu erhalten. Soll z. B. die Länge der Linie DK (Fig. 38. Taf. 2.) aufgefunden werden, so erhält man bei'm Abnehmen derselben auf dem tausendtheiligen Maße 1,118 Zoll, indem die Länge der Linie DK, auf den Maßstab getragen, von l bis m reicht. Die wahre Länge der Linie ist aber $1,118 \times 2 = 2,236$ Zoll.

Da dieser Zollmaßstab nach dem zehntheiligen oder Decimal-System eingetheilt ist, so wird es für diejenigen, welche keine Kenntniß von dem Decimal-System haben, nicht überflüssig sein, hierüber (jedoch nur so weit, als es hier unum-

gänglich nöthig ist,) einige Erläuterungen zu erhalten. Wenn Decimal-Brüche geschrieben werden sollen, so wird hinter die Zahlzeichen, welche Ganze bedeuten, ein Komma gesetzt, und hinter dasselbe werden die Zahlen des gegebenen Decimal-Bruches geschrieben, von denen jede um eine Stelle weiter rechts zehnmal kleiner ist als die vorhergehende. Z. B. 25, 275043 würde sein:

25 Ganze, 2 Zehntheile, 7 Hunderttheile, 5 Tausendtheile, kein Zehntausendtheil, 4 Hunderttausendtheile, 3 Millionentheile.

Ist keine ganze Zahl vorhanden, so wird an deren Stelle eine Null und hinter diese das Komma gesetzt. Z. B. wenn kein Ganzes, 5 Zehntheile, kein Hunderttheil, 2 Tausendtheile, 7 Zehntausendtheile gegeben ist, so wird geschrieben:

0, 5027.

Die Decimal-Brüche können auf dreierlei Art ausgesprochen werden, nämlich:

1) die Ganzen allein und jeder Decimal-Bruch einzeln;

2) die Ganzen allein und der Decimal-Bruch mit dem Nenner der letzten Decimale;

3) die ganze Reihe Ziffern, ohne auf das Komma Rücksicht zu nehmen, mit dem Nenner der letzten Decimale.

Es kann daher 3, 05748 ausgesprochen werden:

3 Ganze, kein Zehntheil, 5 Hunderttheile, 7 Tausendtheile, 4 Zehntausendtheile, 8 Hunderttausendtheile.

$$\left(5, \frac{0}{10}, \frac{5}{100}, \frac{7}{1000}, \frac{4}{10000}, \frac{8}{100000}.\right)$$

oder

3 Ganze, 5748 Hunderttausendtheile $\left(3 \frac{5748}{100000}.\right)$

oder

305748 Hunderttausendtheile $\left(\frac{305748}{100000}.\right)$

Noch ist die Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimal-Brüche zu erwähnen.

Um gemeine Brüche in Decimal-Brüche zu verwandeln, wird hinter den Zähler des Bruches ein Komma gesetzt und eine willkürliche Anzahl Nullen angehängt, dann aber mit dem Nenner dividirt. Z. B. $\frac{3}{8}$ soll in einen Decimal-Bruch verwandelt werden, so ist

$$3,000 : 8 = 0,375$$

eben so

$$\frac{5}{13} = 5,000000 : 13 = 0,384615\ldots\ldots$$

wobei die hinten angehängten Puncte bedeuten, daß die Division noch hätte fortgesetzt und eine größere Anzahl von Decimal Stellen erhalten werden können.

Sind Ganze bei dem Bruche vorhanden, so wird nur der gemeine Bruch in einen Decimal-Bruch verwandelt und die Ganzen unverändert vor denselben hingeschrieben, hinter diese aber ein Komma gesetzt. Z. B. $6\frac{18}{25}$.

$$\frac{18}{25} = 18,00 : 25 = 0,72$$

und

$$6\frac{18}{25} = 6,72.$$

Wenn aber ein Decimal-Bruch in einen gemeinen Bruch verwandelt werden soll, so wird der Decimal-Bruch mit seinem Nenner angesetzt und dann der Bruch, so weit es thunlich ist, aufgehoben.

Z. B. der Decimal-Bruch 0,375 soll in einen gemeinen Bruch verwandelt werden:

$$0,375 = \frac{375}{1000};\ \text{aufgehoben}\ \overset{5}{\frac{375}{1000}} \Big| \overset{5}{\frac{75}{200}} \Big| \overset{5}{\frac{15}{40}} \Big| \frac{3}{8};$$

$$\text{desgleichen}\ 0,384615 = \frac{384615}{1000000};$$

$$\text{aufgehoben}\ \overset{5}{\frac{384615}{1000000}} \Big| \frac{76923}{200000}$$

Kann das Aufheben des Bruches nicht stattfinden, so wird der Decimal-Bruch mit seinem daruntergesetzten Nenner als gemeiner Bruch angenommen.

$$\text{Z. B. } 0,538461 = \frac{538461}{1000000}.$$

Da sich dieser Bruch nicht aufheben läßt, so muß er als gemeiner Bruch angenommen werden.

Noch ist zu bemerken, daß unter Linien, wenn nichts zu ihrer näheren Bezeichnung beigefügt ist, durchgängig gerade Linien zu verstehen sind.

Erste Abtheilung.

Auflösung von Aufgaben, welche bei Auffindung der Abmessungen zu Gefäßen öftere Anwendung finden.

Aufgabe I.
Addition der Linien.

Auflösung.

Sollen die Linien AB Taf. I. Fig. 1. CD Fig. 2. und EF Fig. 3. addirt werden, so sind diese auf eine Linie XY Fig. 4. von G bis H, von H bis I und von I bis K neben einander aufzutragen, und GK ist dann die gesuchte Summe der drei zu addirenden Linien.

Aufgabe II.
Subtraction der Linien.

Auflösung.

Wenn von der Linie AB Taf. I. Fig. 5. die Linie CD Fig. 6 abgezogen werden soll, so wird die Linie AB, von welcher die andere CD abgezogen werden soll, auf eine Linie XY Figur 7. von E bis F aufgetragen, dann die Linie CD, welche abgezogen werden soll, von dem einen Ende der Linie EF, z. B. von E gegen F bis G gesetzt; GF ist die gesuchte Differenz beider Linien.

Aufgabe III.
Multiplication der Linien.

Auflösung.

Wenn die Linien, welche mit einander multiplicirt werden sollen, oder die Factoren Ganze der Maßeinheit enthalten, so

kann die Länge des einen Factors so oft auf eine Linie getragen werden, als der andere Factor, dessen Länge nach dem Maßstabe auszumessen ist, Maßeinheiten enthält. Die Länge der dadurch erhaltenen Linie ist dann das Product der gegebenen Linien. Wenn aber die Factoren, oder auch nur einer derselben, aus Ganzen und Bruchtheilen der Maßeinheit oder auch beide aus Brüchen bestehen, so ist die Anwendung dieser Verfahrungart nicht anzurathen, vielmehr folgende zu empfehlen.

Die gegebenen beiden Linien AB und CD Taf. I. Fig. 8. 9., welche mit einander multiplicirt werden sollen, werden neben einander auf eine Linie WX Fig. 10. von E bis F und von F bis G getragen. Aus F wird eine auf WY senkrecht stehende Linie FI errichtet und EG bei C in zwei gleiche Theile getheilt. Wird nun aus C mit dem Halbmesser EE = CG der Halbkreis EKG beschrieben, so schneidet derselbe die senkrechte Linie FI in H. Ferner wird über einer Linie YZ Fig. 11. eine senkrechte Linie MR errichtet, die von M bis L mit der Linie FH Fig. 10. gleich lang gemacht und von M bis N Fig. 11. eine Maßeinheit, hier z. B. 1 Zoll, gesetzt wird. Die Puncte LN werden durch eine Linie mit einander verbunden, diese bei O in zwei gleiche Theile LO = ON getheilt und aus O eine auf LN senkrecht stehende Linie OS gezogen, welche die Linie YZ in P schneidet. Wird nun PQ gleich lang mit MP gemacht, so giebt NQ das gesuchte Product der beiden Linien AB und CD Fig 8 und 9.

Zusatz.

Wenn beide zu multiplicirende Linien, wie Fig. 12 und 13, oder auch nur eine derselben, eine Länge hat, die kein Ganzes der Maßeinheit, z. B. eines Zolles, Fig. 14. beträgt, so bleibt zwar die Verfahrungart, wie aus Fig. 15, 16. zu ersehen ist, die nämliche, allein dann durchschneidet die aus O auf LN Fig. 16. senkrecht gezogene Linie OS die Linie YZ nicht von M nach Z hin, sondern innerhalb NM bei P. In diesem Falle wird die Länge PM von P. nach Q getragen und die Länge NQ giebt dann das gesuchte Product.

Aufgabe IV.

Division der Linien.

Auflösung.

Es sei AB Taf. I. Fig. 17. die Linie, welche durch die Linie CD Fig. 18. dividirt werden soll. Die Länge AB der zu dividirenden Linie wird auf eine Linie YZ Fig. 19. von R bis S getragen und aus den Endpuncten derselben werden die senkrechten Linien RV, SU gezogen. Auf eine dieser senkrechten Linien, z. B. auf SU, wird die Länge der Linie CD Fig. 18, durch welche dividirt werden soll, von S bis T Fig. 19. auf die andere senkrechte Linie RV aber eine Maßeinheit, z. B. 1 Zoll, von R bis W gesetzt, und durch den Punkt W die Linie WQ parallel mit YZ gezogen. Die Punkte RT werden hierauf durch eine Linie mit einander verbunden, welche die Linie WQ in X schneidet. Die Länge von dem Durchschnittspuncte X bis W ist dann der gesuchte Quotient.

Aufgabe V.

Die mittlere Proportionallinie zwischen zwei gegebenen Linien zu finden.

Auflösung.

Auf eine Linie WX Taf. I. Fig. 10. werden die gegebenen Linien AB Fig. 8. und CD Fig. 9., zwischen welchen die mittlere Proportionallinie gesucht werden soll, von E bis F und von F bis G Fig. 10. getragen, und die dadurch erhaltene Linie EG wird bei C in zwei gleiche Theile getheilt, ferner aus dem Puncte C mit dem Halbmesser CE = CG der Halbkreis EKG beschrieben. Wird nun aus F die auf WX senkrecht stehende Linie FI gezogen, so durchschneidet diese den Halbkreis EKG in H, und FH ist die gesuchte mittlere Proportionallinie zwischen den beiden Linien AB und CD.

Aufgabe VI.

Aus der gegebenen Seitenlinie eines Quadrates zu finden, wie viele Quadrate der Maßeinheit dieses enthalte, oder Erhebung einer in Längenmaß gegebenen Größe zum Quadrat.

Auflösung.

Ueber einer Linie YZ Taf. I. Fig. 11. wird eine senkrechte Linie MR errichtet und diese in LM gleich lang mit einer Seite, z. B. AD des gegebenen Quadrates ABCD Fig. 20, gemacht. Von M bis N Fig. 11. wird eine Maßeinheit, z. B. 1 Zoll, getragen, NL gezogen, diese Linie bei O in zwei gleiche Theile getheilt und aus diesem Puncte eine Linie OS senkrecht auf NL errichtet, welche YZ in P schneidet. Wird nun die Länge PM von P nach Q getragen, so ist NQ die Länge, welche, durch die Maßeinheit, hier z. B. durch Längenzolle, ausgemessen, die Anzahl Quadratmaßeinheiten, oder hier die Anzahl Quadratzolle angiebt, welche das Quadrat ABCD Fig. 20. enthält. Hier z. B. wird NQ Fig 11. 9 Zoll lang gefunden, folglich enthält das Quadrat ABCD Fig. 20. 9 Quadratzoll.

Anmerkung. In den mehrsten Fällen thut man wohl, die gefundene Länge NQ Fig. 11. nach dem tausendtheiligen Maßstabe abzunehmen, wo, wenn Bruchquadratzolle vorhanden sind, diese als Decimal-Brüche erhalten werden, welche dann nöthigen Falles in gemeine Brüche verwandelt werden können.

Zusatz.

Wenn die Seite AB des gegebenen Quadrats ABCD Taf. I. Fig. 21. keine ganze Maßeinheit, z. B. ein Bruchzoll, ist, so wird zwar eben so, wie oben angewiesen worden ist, verfahren, nur findet dabei die Abänderung statt, daß, da die auf LN Fig. 22. aus O errichtete senkrechte Linie OS die Linie YZ nicht von M nach Z hin, sondern innerhalb NM bei P schneidet, die Länge PM von P nach Q gesetzt werden muß und dann NQ die gesuchte Länge giebt. Hier ist die Seite AB des Quadrats Fig. 21. gleich $\frac{3}{5}$ Zoll, und da NQ Fig. 22. 0,36 Zoll $= \frac{9}{25}$ Zoll lang gefunden wird, so enthält das Quadrat ABCD Fig. 22. $\frac{9}{25}$ Quadratzolle.

Aufgabe VII.

Auffindung der Größe einer Seitenlinie eines Quadrats, zu dem der Flächeninhalt in Quadraten der Maßeinheit gegeben ist, oder die Ausziehung der Quadratwurzel.

Auflösung.

Auf eine Linie AB Taf. I. Fig. 23. werden so viele Maßeinheiten von D bis E getragen, als das Quadrat Quadrate der Maßeinheit enthalten soll, von D bis F wird aber die Länge einer Maßeinheit gesetzt. Aus D wird eine auf AB senkrecht stehende Linie DG von unbestimmter Länge gezogen und FE bei C in zwei gleiche Theile getheilt, dann aus C mit dem Halbmesser CF = CE der Bogen FHI beschrieben, welcher die Linie DG in K schneidet. DK ist dann die gesuchte Länge einer Seitenlinie des Quadrats, oder die Quadratwurzel, und wenn über dieser Linie ein Quadrat gezeichnet wird, so entsteht das Quadrat LMNO Fig. 24. von der Größe des gegebenen Flächeninhalts.

Beispiel. Ist der gegebene Flächeninhalt des Quadrats 9 Quadratzoll, so werden von D bis E Fig. 23. 9 Längenzolle, von D bis F aber einer dergleichen getragen, und durch die oben angegebene Verfahrungart DK als Seitenlinie oder Quadratwurzel des Quadrates erhalten.

Um sich zu überzeugen, daß das über DK Fig. 23. construirte Quadrat LMNO Fig. 24. wirklich die gegebene Anzahl Quadratzolle, nämlich 9 Quadratzolle, enthalte, so dürfen nur die Seitenlinien dieses Quadrats in Längenzolle eingetheilt und die einander gegenüberstehenden Theilungpuncte durch Linien verbunden werden, wo sich, da DK 3 Zoll lang gefunden wird, eriebt, daß das Quadrat LMNO Fig. 24. 9 Quadratzolle enthält.

Zusatz 1.

Soll die Länge einer Seite oder die Quadratwurzel eines Quadrats aufgefunden werden, bei dessen in Quadraten der Maßeinheit gegebenen Flächeninhalte sich Bruchtheile der Maßeinheit befinden, so wird ebenfalls nach obiger Anweisung verfahren.

Beispiel. Wenn 11¼ Quadratzoll gegeben sind, so werden auf eine Linie AB Taf. I. Fig. 25. von D bis P 11 Zoll und von P bis E ¼ Zoll, ferner von D bis F 1 Zoll aufgetragen. Das übrige Verfahren ist durchgängig wie bei Figur 23., und DK Fig. 25. ist die Seitenlinie eines Quadrats LMNO Fig. 26. von dem gegebenen Flächeninhalte.

Zusatz 2.

Wenn der gegebene Flächeninhalt eines Quadrats nur Bruchtheile der Maßeinheit, z. B. $\frac{3}{4}$ Quadratzoll, enthält und es soll hierzu die Seitenlinie oder die Quadratwurzel des Quadrats gesucht werden, so wird auf eine Linie AB Taf. I. Fig. 27. 1 Längenzoll von D bis F getragen und dieser in so viele gleiche Theile getheilt, als der Nenner des Bruches besagt, in dem hier angenommenen Falle daher in 4 gleiche Theile. Von D bis E werden dann so viele solcher Theile gesetzt, als die Zahl des Zählers vom Bruche angiebt, daher hier 3 Theile. Aus dem Puncte D wird ferner eine senkrecht auf AB stehende Linie DG errichtet und zwischen den Endpuncten der Linie EF bei C die Mitte gesucht. Aus diesem Puncte C wird mit dem Halbmesser CF = CE der Bogen EHI beschrieben, welcher die senkrechte Linie DG bei K schneidet. DK ist dann die gesuchte Länge einer Seitenlinie oder die Quadratwurzel zu dem Quadrat LMNO Fig. 28, welches $\frac{3}{4}$ Quadratzoll Flächeninhalt hat.

Zusatz 3.

Wenn die Seitenlinie oder die Quadratwurzel zu einem Quadrate, welches einen großen Flächeninhalt hat, gefunden werden soll, so würde die Linie DE Fig. 23. oder 25, auf welche die Anzahl der gegebenen Quadrat-Maßeinheiten des Flächeninhaltes vom Quadrate in Längenmaßeinheiten aufzutragen ist, eine so große Länge erhalten, daß der dazu vorhandene Raum oft nicht hinreichend, es dann auch meistentheils sehr unbequem sein würde, die Construction auszuführen. In diesem Falle läßt sich folgende Verfahrungart anwenden.

Es werden zwei Linien AB und AC Taf. I. Fig. 29, welche einen rechten Winkel bilden, gezogen, und AD, AE wird einer Maßeinheit, z. B. 1 Zoll, gleich gemacht. Werden die Puncte D und E durch eine Linie verbunden, so giebt die Länge DE die Seitenlinie zu einem noch einmal so großen Quadrate, nämlich von 2 Quadratzollen. Wird ferner die Länge DE von A nach F und G getragen, so giebt die Diagonale FG die Seitenlinie zu einem noch einmal so großen Quadrate als das letztere war, nämlich zu einem von 4 Quadratzollen. Fährt man in dieser Art fort, die zuletzt erhaltene Diagonale von A

gegen C und B hin aufzutragen, so wird durch die Länge der Diagonale, welche jedesmal durch die Verbindung dieser Puncte entsteht, die Seitenlinie zu einem noch einmal so großen Quadrate, als das vorhergehende war, erhalten. Wird z. B. FG von A nach H und I getragen, so giebt die Diagonale HI die Seitenlinie zu einem Quadrate von 8 Quadratzollen, und so kann mit Auffindung der Seitenlinien zu Quadraten, deren Flächeninhalt jedesmal noch einmal so groß ist als das, zu welchem zuletzt die Seitenlinie gesucht wurde, so lange fortgefahren werden, als zu Ausmittelung der Seitenlinie eines Quadrates von dem gegebenen Flächeninhalte erforderlich ist. Um aber die Seitenlinien zu den Quadraten von 3, 5, 6, 7, 9, 10, 12 u. s. f. Quadratzollen aufzufinden, welche durch obige Verfahrungsart nicht erhalten werden können, ist noch zu bemerken, daß, wenn von einem der bereits erhaltenen Puncte FHK, von denen, bis A gemessen, die Länge der Seitenlinien zu den Quadraten von 2, 4, 8 u. s. f. Quadratzollen bestimmt wurde, eine Diagonale nach E gezogen wird, die Länge derselben die Seitenlinie zu einem Quadrate angiebt, welches einen Quadratzoll größer ist als das Quadrat war, dessen Seitenlinie durch jenen Punct bestimmt wurde. Da nun AF als die Seitenlinie zu einem Quadrate von 2 Quadratzollen gefunden worden ist, so giebt die Diagonale FE oder die Länge AN, wenn AN gleich lang mit FE gemacht wird, die Seitenlinie zu einem Quadrate von 3 Quadratzollen. Da ferner durch AH die Seitenlinie zu einem Quadrate von 4 Quadratzollen bestimmt wurde, so giebt die Diagonale HE oder AS, wenn dieses gleiche Länge mit HE erhält, die Seitenlinie zu einem Quadrate von 5 Quadratzollen.

Wird die Diagonale FE, welche die Seitenlinie zu einem Quadrate von 3 Quadratzollen war, von A nach M und N getragen und die Diagonale MN gezogen, so ist diese oder AP, welches gleiche Länge mit MN hat, die Seitenlinie zu einem noch einmal so großen Quadrate, nämlich von 6 Quadratzollen. Wird die Diagonale MN von A bis O und P gesetzt und die Diagonale OP gezogen, so ist diese oder AQ, insofern AQ mit OP gleich lang gemacht wird, die Seitenlinie zu einem doppelt so großen Quadrate, nämlich zu einem Quadrate von 12

Quadratzollen. Eine Diagonale, von O, als der Seitenlinie zu einem Quadrate von 6 Quadratzollen, bis E gezogen, oder AV, wenn AV die Länge von OE gegeben wird, giebt die Länge der Seitenlinie zu einem Quadrate von 7 Quadratzollen. Eben so giebt eine Diagonale von K, da KA die Länge der Seitenlinie zu einem Quadrate von 8 Quadratzollen ist, nach E gezogen, oder AW, welches gleiche Länge mit KE erhalten hat, die Seitenlinie zu einem Quadrate von 9 Quadratzollen. Wird die Diagonale HE, durch welche die Länge der Seitenlinie zu einem Quadrate von 5 Quadratzollen erhalten wurde, von A nach R und S gesetzt und die Diagonale RS gezogen, so giebt RS oder AU = RS die Seitenlinie zu einem Quadrate von 10 Quadratzollen. Wenn AT gleich lang mit AU gemacht und von T nach E eine Diagonale gezogen, diese auch von A nach X getragen wird, so bestimmt AX die Länge einer Seitenlinie zu einem Quadrate von 11 Quadratzollen, u. s. f.

Zusatz 4.

Enthält der gegebene Flächeninhalt des Quadrates auch Bruchtheile der Maßeinheit, so ist bei Aufsuchung der Seitenlinie zu dem Quadrate, oder bei Auffindung der Quadratwurzel desselben folgendermaßen zu verfahren.

Um z. B. die Seitenlinie zu einem Quadrate von 35½ Quadratzollen auszumitteln, wird auf die Linie AC Taf. I. Fig. 30, welche mit der Linie AB unter einem rechten Winkel gezogen worden ist, von A aus gegen B und C hin, bis D und I 1 Zoll gesetzt, die Diagonale DI gezogen und die Länge derselben von A nach E getragen, wo dann AE die Seitenlinie zu einem Quadrate von 2 Quadratzollen giebt. Wird nun die Länge AE von A bis K gesetzt, die Diagonale KE gezogen und AF mit derselben gleich lang gemacht, so giebt AF die Seitenlinie zu einem noch einmal so großen Quadrate, nämlich von 4 Quadratzollen. Die Länge AF von A bis L getragen, die Diagonale FL gezogen und die Länge derselben von A nach G gesetzt, giebt die Seitenlinie zu einem Quadrate, welches noch einmal so groß ist als das vorhergehende, folglich von 8 Quadratzollen. Ebenso wird die Seitenlinie eines noch einmal so großen Quadrates oder von 16 Quadratzollen aufgefunden,

wenn AM gleich groß mit AG gemacht, die Diagonale MG gezogen und diese von A nach H gesetzt wird. Wenn ferner AH von A bis N getragen, die Diagonale HN gezogen und diese von A nach O gesetzt wird, so ist AO die Seitenlinie zu einem Quadrate von 32 Quadratzollen. Wollte man nun in dieser Art fortfahren, so würde die Seitenlinie zu einem Quadrate von 64 Quadratzollen, mithin mehr als die gegebene Anzahl Quadratzolle, nämlich $35\frac{1}{2}$ Quadratzolle, erhalten werden. Es kommt daher nun darauf an, die Seitenlinie zu einem Quadrate aufzufinden, das nur noch um $3\frac{1}{2}$ Quadratzoll größer ist als die durch AO bereits bestimmte Seitenlinie zu einem Quadrate von 32 Quadratzollen, indem $3\frac{1}{2}$, zu 32 addirt, $35\frac{1}{2}$ als die vorgeschriebene Größe des Quadrats, zu welchem die Seitenlinie gesucht werden soll, giebt. Zu diesem Behufe ist die Seitenlinie zuerst zu einem Quadrate von 35 Quadratzollen zu suchen, wobei es nöthig wird, die Seitenlinie von einem Quadrate von 3 Quadratzollen auszumitteln. Diese wird gefunden, wenn mittels der bereits bekannten Länge AK, als der Seitenlinie zu einem Quadrate von 2 Quadratzollen, eine Diagonale von K bis D gezogen und die Länge derselben von A bis P gesetzt wird. AP ist dann die Seitenlinie zu einem Quadrate von 3 Quadratzollen. Wird nun von P bis O eine Diagonale gezogen und die Länge derselben von A nach Q gesetzt, so giebt AQ die gesuchte Seitenlinie zu einem Quadrate von 35 Quadratzollen. Um ferner die Seite zu einem Quadrate von $35\frac{1}{2}$ Quadratzollen zu erhalten, wird in Fig. 31. nach Anweisung des Zusatzes 2. die Seitenlinie DK zu einem Quadrate von $\frac{1}{2}$ Quadratzoll gesucht. Die Länge DK wird nun auf die Linie AB Fig. 30. von A bis R gesetzt und von R bis Q eine Diagonale gezogen. Wird endlich die Länge der Diagonale RQ von A bis S getragen, so ist AS die gesuchte Seitenlinie zu einem Quadrate von $35\frac{1}{2}$ Quadratzollen.

Aufgabe VIII.

Zeichnung eines hunderttheiligen Maßstabes.

Auflösung.

Auf eine Linie ad Taf. XXVIII. Fig. 350. wird eine willkürliche Anzahl von Maßeinheiten, z. B. 6 Zoll von a bis e, e bis 1,

1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4, 4 bis d aufgetragen. Ueber den Endpuncten a und d werden senkrechte Linien ab, dc errichtet, diese in 10 willkürliche, jedoch gleich große Theile getheilt und die einander gegenüberstehenden Theilungpunkte durch Parallellinien mit einander verbunden. Ferner werden auf die oberste Linie bc eben so viele Zolle getragen, als die unterste Linie ad enthält, und zwischen diesen Theilungpuncten der obersten und untersten Parallele die Linien ef, 1g, 2h, 3i, 4k gezogen. Nun wird der erste Zoll sowohl auf der obersten Parallele bc, als auch auf der untersten ad, nämlich von b bis f und von a bis e, in 10 gleiche Theile getheilt und die Puncte e, 10; 10, 20; 20, 30; 30, 40; 40, 50; 50, 60; 60, 70; 70, 80; 80, 90; 90, a werden durch Linien verbunden. Soll von diesem Maßstabe eine gegebene Anzahl Hunderttheile eines Zolles abgenommen werden, so geben die durch 10, 20, 30 u. s. w. bezeichneten Puncte die Zehner an, die Einer werden aber erhalten, wenn von den Puncten, welche die Zehner bezeichnen, entweder auf- oder abwärts die Puncte, wo die Parallel-Linien von der sie durchschneidenden Linie, welche nach dem nächstgrößern Zehner hingezogen worden ist, gezählt werden. So giebt z. B. die Entfernung f bis 30 30 Hunderttheile eines Zolles. Sollen aber 83 Hunderttheile eines Zolles vom Maßstabe abgenommen werden, so giebt e bis 80 80 Hunderttheile, dann wird von 80 nach 90 hin aufwärts bis zur dritten Parallele gezählt, wo dann für 83 Hunderttheile eines Zolles die Länge op erhalten wird. Sollen ferner 14 Hunderttheile eines Zolles abgenommen werden, so giebt f bis 10 10 Hunderttheile, dann wird von 10 abwärts nach 20 hin bis zur vierten Parallele gezählt, wo dann durch qr die Größe von 14 Hunderttheilen eines Zolles bestimmt wird. Sind ganze Zolle und Hunderttheile eines Zolles, z. B. $3\frac{47}{100}$ Zolle abzunehmen, so wird zuerst der Punct, der die Anzahl der ganzen Zolle bezeichnet, hier z. B. 3, aufgesucht, dann die $\frac{40}{100}$ Theile des Zolles bis 40 dazu genommen, und hierauf nach Maßgabe der Anzahl der gegebenen Hunderttheile, hier $\frac{7}{100}$, von 40 aufwärts bis zur siebenten Parallele gezählt, und in diesen, mit t bezeichneten Punkt der eine Zirkelfuß eingesetzt, der andere aber bis s auf der senkrechten

Linie 3, i geöffnet, wo dann die Länge st $3\frac{47}{100}$ Zoll giebt. Ebenso werden $5\frac{19}{100}$ Zoll durch die Länge vu erhalten.

Aufgabe IX.

Zeichnung eines tausendtheiligen Maßstabes.

Auflösung.

Auf die Linie ad Taf. XXVIII. Fig. 531. werden, ebenso wie bei dem hunderttheiligen Maßstabe, so viele Maßeinheiten getragen, als der Maßstab Länge erhalten soll, hier z. B. 6 Zolle, von a bis e, e bis 1, 1 bis 2, 2 bis 3, 3 bis 4, 4 bis d, über deren Endpuncten senkrechte Linien ab, dc errichtet werden. Jede dieser Linien wird in 50 willkürliche, jedoch gleich große Theile getheilt, und die dadurch erhaltenen, einander gegenüberstehenden Theilungpuncte werden durch Parallel-Linien mit einander verbunden. Auf der obersten Parallele bc werden dann in den Puncten b, f, g, h, i, k, c eben so viele Zolle, als die unterste Linie ad Zolle enthält, aufgetragen und die erste Abtheilung — oder die Länge eines Zolles — oben bei bf und die untere bei ae in 20 Theile getheilt, endlich die Puncte e, 50; 50, 100; 100, 150; 150, 200; 200, 250; 250, 300; 300, 350; 350, 400; 400, 450; 450, 500; 500, 550; 550, 600; 600, 650; 650, 700; 700, 750; 750, 800; 850, 900; 900, 950; 950, a durch Linien mit einander verbunden.

Das Abnehmen der Maße von diesem Maßstabe geschieht eben so wie bei dem hunderttheiligen Maßstabe. Sind z. B. $\frac{738}{1000}$ Zoll abzunehmen, so werden zuerst von e bis 700 $\frac{700}{1000}$ Zoll aufgesucht, dann von 700 nach 750 hin 38 Parallel-Linien, nämlich von 700 bis p, abgezählt, wo dann op die Länge von $\frac{738}{1000}$ Zoll giebt. Sollen ferner $4\frac{917}{1000}$ Zoll abgenommen werden, so sind die ganzen Zolle auf der Linie 4, k, aufzusuchen, dann werden von e bis 900 die $\frac{900}{1000}$ Zoll bestimmt und endlich von 900 nach 950 hin 17 Parallel-Linien, von 900 bis t abgezählt, wo dann st gleich ist $4\frac{917}{1000}$ Zoll. Ebenso giebt qr $\frac{272}{1000}$ Zoll und uv $2\frac{141}{1000}$ Zoll.

Zweite Abtheilung.

Die Höhe eines Gefäßes auszumitteln, zu welchem der körperliche Inhalt, den es in sich aufnehmen soll, so wie auch die Größe und Figur seiner Grundfläche gegeben ist.

Die Höhe eines Gefäßes, dessen Seitenwände senkrecht auf der Grundfläche stehen, wie bei jedem Prisma und Cylinder, wird erhalten, wenn der körperliche Inhalt desselben durch den Flächeninhalt seiner Grundfläche dividirt wird. Um den Flächeninhalt der Grundfläche auszumitteln, ist diese, wenn sie nicht in der Figur eines Quadrates gegeben ist, in ein Quadrat zu verwandeln, welches mit der gegebenen Grundfläche gleich großen Flächeninhalt hat. Die Anwendung dieser Vorschriften in Beziehung auf die vorzüglichsten Formen der Gefäße soll durch Auflösung der folgenden Aufgaben näher erläutert werden.

Aufgabe X.

Die Höhe eines Gefäßes aufzufinden, welches einen Würfel bildet.

Auflösung.

Da die Seitenwände eines Würfels mit dessen Grundfläche gleiche Größe und Figur haben, so giebt eine Seitenlinie der gegebenen Grundfläche zugleich auch die Höhe des Würfels.

Aufgabe XI.

Gefäß in Form eines Parallel-Epipedums, bei dem die Grundfläche ein Quadrat ist.

Auflösung.

Aus der Seitenlinie des als Grundfläche gegebenen Quadrates wird nach Aufgabe VI. die Anzahl Quadratmaßeinheiten gesucht und durch diese der körperliche Inhalt, den das Gefäß erhalten soll und der in Längenmaßeinheiten ausgedrückt werden muß, nach Aufgabe IV. dividirt.

Beispiel. Zu einem Gefäße, dessen körperlicher Inhalt 6 Cubikzoll betragen soll, ist als Grundfläche das Quadrat a, b, c, d, Taf. II. Fig. 32. gegeben.

Um die Anzahl Quadratzolle auszumitteln, welche das Quadrat abcd enthält, wird LM Fig. 33. gleich groß mit einer Seitenlinie des Quadrats, z. B. mit ad Fig. 32., gemacht, dann nach Aufgabe VI. verfahren, wodurch NQ erhalten wird. So viele Längenzolle, als der gegebene körperliche Inhalt Cubikzolle beträgt, hier 6 Zoll, werden auf eine Linie YZ Fig. 34. von R bis S gesetzt, ST aber gleich lang mit NQ Fig. 33. gemacht. Wird nun nach Aufgabe IV. verfahren, so giebt WX Fig. 34. die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Die Seitenflächen des Gefäßes haben bei einer quadratischen Grundfläche gleiche Größe und Figur, und eine derselben wird erhalten, wenn auf eine Linie vx Fig. 35. eine Seitenlinie des Quadrates Fig. 32. in hg aufgetragen wird, aus h und g senkrechte Linien hy, gz errichtet und diese in he, gf gleich lang mit der aufgefundenen Höhe WX Fig. 34. gemacht, endlich die Puncte ef durch eine Linie verbunden werden. Fig. 36. stellt die Ansicht des Gefäßes dar.

Zusatz.

Wenn der körperliche Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, so groß ist, daß die Zeichnungfläche zu Auftragung der in Längenzollen ausgedrückten Anzahl Cubikzolle des körperlichen Inhaltes auf der Linie YZ Fig. 34. in RS nicht ausreicht, so muß man zu folgender, freilich etwas weitläufigeren Verfahrungart, welche aber auch in anderen Fällen angewendet werden kann, seine Zuflucht nehmen. Aus einer Seitenlinie der quadratischen Grundfläche wird die Quadratwurzel gezogen, zu dieser die Anzahl der Quadrat-Maßeinheiten ausgemittelt, welche ein Quadrat, dessen Seitenlinie die letztere Quadratwurzel ist, enthält und mit dieser in die Quadratwurzel aus dem körperlichen Inhalte des Gefäßes dividirt. Der erhaltene Quotient, zum Quadrat erhoben, giebt dann die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Beispiel. Die gegebene Grundfläche eines Gefäßes sei abcd Taf. II. Fig. 37., von dem der körperliche Inhalt 100 Cubikzoll ist.

Eine Seitenlinie des als Grundfläche gegebenen Quadrats abcd Fig. 37, z. B. ad, wird auf eine Linie AB Fig. 38. von D bis E getragen, aus D eine auf AB senkrecht stehende Linie DG errichtet und DF der Länge eines Zolles gleich gemacht. Wird nun nach Aufgabe VII. verfahren, so giebt DK die Quadratwurzel oder die Seitenlinie zu einem Quadrate efgh, Fig. 39., zu welchem die Anzahl Quadratzolle, welche dasselbe enthält, auszumitteln ist. Diese wird erhalten, wenn auf eine auf YZ Fig. 40. senkrecht errichtete Linie MR eine Seitenlinie des Quadrates Fig 39, z. B. he von M bis L gesetzt und nach Aufgabe VI. die Länge NQ gesucht wird. Ferner ist aus dem körperlichen Inhalte, den das Gefäß erhalten soll und der hier zu 100 Cubikzoll angenommen worden ist, die Quadratwurzel zu ziehen, welches hier nach Zusatz 3 oder 4 der Aufgabe VII. mittels Fig. 41 zu bewirken ist, wo AU die gesuchte Quadratwurzel giebt, welche auf YZ Fig. 42. als Dividendus von R bis S getragen und ST als Divisor gleich lang mit NQ Fig. 40. gemacht wird. Durch die in Aufgabe IV. enthaltene Anweisung wird dann WX Fig. 42. als Quotient erhalten, und die gesuchte Höhe des Gefäßes kann nun in NQ Fig. 33. aufgefunden werden, wenn obiger Quotient WX Fig. 42. von M bis L Fig. 33. gesetzt und nach Aufgabe VI. verfahren wird.

Eine Seitenfläche des Gefäßes wird erhalten, wenn hg Fig. 43. gleich lang mit der Seitenlinie des als Grundfläche gegebenen Quadrates Fig. 37. gemacht wird und aus h und g Fig. 43. senkrechte Linien he, gf von gleicher Länge mit NQ Fig. 33. errichtet werden, auch e, f, durch eine Linie verbunden wird. Diese Seitenfläche hat gleiche Größe und Figur mit den drei übrigen Seitenflächen von dem Fig. 44. in der Ansicht dargestellten Gefäße, weil die Grundfläche ein Quadrat ist.

Aufgabe XII.

Das Gefäß soll die Form eines viereckigen Prismas erhalten, dessen Grundfläche ein längliches Rechteck ist.

Auflösung.

Die als längliches Rechteck gegebene Grundfläche wird in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte verwandelt. Dann wird die Anzahl der Quadrat-Maßeinheiten, welche das Quadrat enthält, gesucht und durch diese der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes dividirt. Der Quotient giebt die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Beispiel. Wenn der gegebene körperliche Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, 15 Cubikzoll und die Grundfläche desselben abcd Taf. III. Fig. 45. ist, so wird die Seitenlinie eines Quadrates, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem als Grundfläche gegebenen länglichen Rechtecke Fig. 45. hat, erhalten, wenn zwei an einander liegende Seiten desselben, ab und bc, auf eine Linie WX Fig. 46. von E bis F und von F bis G getragen werden und dann nach Aufgabe V. verfahren wird. FH giebt dann die gesuchte Seitenlinie zu einem Quadrate, welches gleichen Flächeninhalt mit dem länglichen Rechtecke hat. Dann wird ML Fig. 47. gleich lang mit FH Fig. 46. gemacht und NQ nach Aufgabe VI. gesucht. Werden ferner so viele Längenzolle, als der körperliche Inhalt Cubikzolle enthält, von R bis S Fig. 48. gesetzt und ST gleich lang mit NQ Fig. 47. gemacht, so giebt, wenn nach Aufgabe IV. verfahren wird, WX Fig. 48. die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Bei einem länglichen Rechtecke als Grundfläche sind zwei Seitenflächen des Gefäßes einander gleich und diese werden erhalten, wenn eine Seite ab = dc Fig. 45. von h bis g Fig. 49. und die anliegende Seite ad = bc Fig. 45. von l bis m Fig. 50. getragen, den über diesen Puncten errichteten senkrechten Linien die Länge WX Fig. 48. in he, gf Fig. 49. und mi, lk Fig. 50. gegeben wird und die Puncte e, f, Fig. 49. und ik Fig. 50. durch Linien verbunden werden. Die Ansicht des Gefäßes ist Fig. 51. dargestellt.

Aufgabe XIII.

Viereckiges Prisma, dessen Grundfläche eine gleichseitige Raute ist.

Auflösung.

Die als Grundfläche gegebene gleichseitige Raute ist in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte zu verwandeln und auszumitteln, wie viele Quadrat-Maßeinheiten das letztere enthält. Die Höhe des Gefäßes wird dann erhalten, wenn mit der Anzahl der aufgefundenen Quadrat-Maßeinheiten in die Zahl der cubischen Maßeinheiten des gegebenen körperlichen Inhaltes dividirt wird.

Beispiel. Es sei die gleichseitige Raute abcd Taf. III. Fig. 52. als Grundfläche gegeben und der körperliche Inhalt des Gefäßes soll 12 Cubikzoll betragen.

Um die Seitenlinie zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit der Raute Fig. 52. hat, auszumitteln, ist über einer Seitenlinie, z. B. ab der Raute, bis zur gegenüberstehenden Seitenlinie cd derselben, eine senkrechte Linie bf zu errichten, letztere auf eine Linie WX Fig. 53. von E bis F und die Länge der Seitenlinie ab Fig. 52. von F bis G Fig. 53. zu tragen, dann nach der in Aufgabe V ertheilten Anweisung zu verfahren, wodurch man FH als die gesuchte Seitenlinie eines Quadrats, welches gleich großen Flächeninhalt mit der Raute abcd Fig. 52. hat, erhält. Wird LM Fig. 54. gleich lang mit FH Fig. 53. gemacht, so giebt NQ Fig. 54, wenn nach Aufgabe VI. verfahren wird, nach Längenzollen ausgemessen, die Anzahl Quadratzolle, welche die Raute Fig. 52. in sich faßt. Nun wird mit der aufgefundenen Länge NQ Fig. 54. in den gegebenen körperlichen Inhalt des Gefäßes von 12 Cubikzoll dividirt, indem RS Fig. 55. der Länge von 12 Zoll, ST aber NQ Fig. 54. gleich gemacht und dann WX Fig. 55. nach Aufgabe IV. als die gesuchte Höhe des Gefäßes gefunden wird.

Wenn ki Fig. 56. gleich lang mit einer Seitenlinie der Raute, z. B. mit ab Fig 52, gemacht wird, ferner über k und i Fig. 56. senkrechte Linien errichtet werden und diese in g und h gleiche Länge mit WX Fig. 55. als der aufgefundenen Höhe des Gefäßes erhalten, so wird nach erfolgter Verbindung von g und h Fig. 56. durch eine Linie eine Seitenfläche des in

Fig. 57. nach der Ansicht dargestellten Gefäßes erhalten, mit welcher die übrigen gleiche Größe und Figur haben.

Aufgabe XIV.

Viereckiges Prisma, dessen Grundfläche eine längliche Raute ist.

Auflösung.

Nachdem die als Grundfläche gegebene längliche Raute eben so wie in der vorhergehenden Aufgabe in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte verwandelt worden ist, wird die Höhe des Gefäßes nach der in gedachter Aufgabe enthaltenen Anweisung gesucht.

Beispiel. Es sei als Grund die längliche Raute abcd Taf. IV. Fig. 58. gegeben und bestimmt worden, daß das Gefäß 18 Cubikzoll enthalten soll.

Die Seitenlinie zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit der länglichen Raute Fig. 58. hat, wird in FH Fig 59. gefunden, wenn EF gleich lang mit der auf ab Fig. 58. errichteten senkrechten Linie ed, FG Fig. 59. aber gleich lang mit ab Fig. 58. gemacht und dann nach Aufgabe V. verfahren wird. Die Länge FH Fig. 59. wird von L bis M Fig. 60. getragen, worauf NQ nach Aufgabe VI. aufgefunden werden kann. Endlich wird die gesuchte Höhe WX des Gefäßes Fig. 61. mittels Aufgabe IV. erhalten, wenn auf YZ von R bis S so viele Längenzolle gesetzt werden, als der gegebene körperliche Inhalt in Cubikzollen beträgt, nämlich hier 18 Zoll, und ST gleich lang mit NQ Fig. 60. gemacht wird.

Bei einem Gefäße, dessen Grundfläche eine längliche Raute ist, haben zwei einander gegenüberstehende Seitenflächen gleiche Größe und Figur. Die eine dieser Seitenflächen kann erhalten werden, wenn die Länge der Seite ad = bc Fig. 58. in nm Fig. 62. aufgetragen, aus n und m senkrechte Linien errichtet und diese gleich lang mit der Höhe WX Fig. 61. gemacht, ferner die Puncte kl durch eine Linie verbunden werden. Eben so kann auch die andere Seitenfläche fghi Fig. 63. aufgezeichnet werden, wenn die Länge der Seitenlinie ab = dc Fig. 58. in ih Fig. 63. aufgetragen, übrigens aber wie in der vorher-

gehenden Figur verfahren wird. In Fig. 64. ist die Ansicht des Gefäßes dargestellt.

Aufgabe XV.

Dreieckiges Prisma.

Auflösung.

Das als Grundfläche gegebene Dreieck wird in ein Quadrat verwandelt, welches mit dem Dreiecke gleich großen Flächeninhalt hat und ausgemittelt, wie viele Quadrat-Maßeinheiten dieses Quadrat enthält. Mit der aufgefundenen Anzahl dieser Quadrat-Maßeinheiten wird dann in den gegebenen körperlichen Inhalt dividirt, wo der Quotient die gesuchte Höhe des Gefäßes giebt.

Bei Verwandlung eines Dreieckes in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte wird folgendermaßen verfahren. Bei dem gleichseitigen Dreiecke Taf. IV. Fig. 65, dem rechtwinkeligen Dreiecke Taf. V. Fig. 71, dem ungleichseitigen Dreiecke Fig. 75. und dem stumpfwinkeligen Dreiecke Fig. 79. wird aus einer Spitze c jedes dieser Dreiecke eine senkrechte Linie fc Taf. IV. Fig. 65. und cd Taf. V. Fig. 71. 75. auf die gegenüberstehende Seite ab Fig. 65. 75. ad Fig. 71, Fig. 79. aber auf die Verlängerung ad der Seite ab gezogen. Die Hälfte af = fb der Grundlinie ab Fig. 65. 75. 79. und die Hälfte df = fa der Grundlinie da Fig. 71. wird dann auf eine Linie WX Taf. IV. Fig. 66. von E bis F, ferner die Höhe fc des Dreieckes Fig. 65, die Höhe cd der Dreiecke Fig. 71. 75. 79. von F bis G Figur 66. getragen und nach Aufgabe V. FH gesucht, durch welche Länge die Größe der Seitenlinie eines Quadrats, welches gleich großen Flächeninhalt mit jedem dieser Dreiecke hat, bestimmt wird. Hierbei ist noch zu bemerken, daß statt die Hälfte der als Grundlinie angenommenen Seite des Dreieckes von E nach F Fig. 66. zu setzen, auch die halbe Höhe dafür angenommen werden kann; dann muß aber die ganze Länge der Grundlinie von F bis G aufgetragen werden.

Beispiel 1. Es sei das gleichseitige Dreieck abc Fig. 65. als Grundfläche und 12 Cubikzoll als körperlicher Inhalt des Gefäßes gegeben.

Die aufgefundene Seitenlinie FH Fig. 66. des Quadrats, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem als Grundfläche gegebenen gleichseitigen Dreiecke hat, wird von L bis M Fig. 67. getragen und hieraus nach Aufgabe VI. NQ aufgefunden. Wenn nun auf YZ Fig. 68. von R bis S so viele Längenzolle gesetzt werden, als der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes Cubikzolle enthält, hier z. B. 12 Zoll, und ST gleich lang mit NQ Fig. 67. gemacht wird, so giebt, in sofern nach Aufgabe IV. verfahren wird, WX Fig. 68. die gesuchte Höhe des Gefäßes. Wird nun die Länge ab = bc = ca Fig. 65. der Seitenlinie des gegebenen gleichseitigen Dreieckes von g nach h Fig. 69. getragen, und werden über diesen Puncten senkrechte Linien he, gf von der Länge der aufgefundenen Höhe WX Fig. 68. errichtet, diese auch durch eine Linie ef Fig. 69. mit einander verbunden, so giebt efgh eine Seitenfläche des in Fig. 70. dargestellten dreieckigen Gefäßes, die den beiden anderen Seitenflächen völlig gleich ist, da die Seitenlinien eines als Grundfläche gegebenen gleichseitigen Dreieckes gleiche Länge haben.

Beispiel 2. Bei dem als Grundfläche gegebenen rechtwinkeligen Dreiecke acd Taf. V. Fig. 71, dessen Flächeninhalt mit dem gleichseitigen Dreiecke Fig. 65. gleich groß angenommen worden ist, wird mittels Fig. 66. die Seitenlinie FH zu einem Quadrate gesucht, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem gegebenen rechtwinkeligen Dreiecke Fig. 71. hat, und die Höhe WX Fig. 68. des Gefäßes kann, wenn dasselbe 12 Cubikzoll enthalten soll, dann ebenfalls nach der bereits ertheilten Anweisung gefunden werden.

Hiernach lassen sich auch die Seitenflächen des in Fig. 74. abgebildeten Gefäßes nach der im vorhergehenden Beispiele ertheilten Anweisung aufzeichnen, von denen die über der Seite ad Fig. 71, efgh Fig. 69, über der Seite dc Fig. 71, iklm Fig. 72. und über der Seite ac Fig. 71, nopq Fig. 73. darstellt.

Beispiel 3. Bei einem Gefäße, dessen gegebene Grundfläche ein spitzwinkeliges, aber ungleichseitiges Dreieck Fig. 75. ist, wird ebenfalls mittels Fig. 66. die Seitenlinie FH zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem ungleich-

seitigen Dreiecke Fig. 75. hat, gesucht, was auch in Hinsicht auf Ausmittelung der Höhe WX Fig. 68. stattfindet, wenn der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes ebenfalls zu 12 Cubikzoll angenommen worden ist.

Dann können auch die Seitenflächen des Gefäßes aufgezeichnet werden, und zwar ist efgh Fig. 69. die Seitenfläche über der Seite ab Fig. 75, rstu Fig. 76. die Seitenfläche über der Seite ac und vwxy Fig. 77. die Seitenfläche über der Seite bc Fig. 75. Die Ansicht des Gefäßes ist Figur 78. dargestellt.

Beispiel 4. Eben so wird bei einem als Grundfläche gegebenen stumpfwinkeligen Dreiecke abc Fig. 79. verfahren, um die Länge FH Fig. 66. einer Seitenlinie zu einem Quadrate, welches gleichen Flächeninhalt mit dem stumpfwinkeligen Dreiecke Fig. 79. hat, zu erhalten. Da ferner der Flächeninhalt der Grundfläche und der körperliche Inhalt des Gefäßes eben so groß wie in den vorhergehenden Beispielen angenommen worden ist, so kann die Höhe WX Fig. 68. ebenfalls so wie in jenen Beispielen gefunden und auch jede der Seitenflächen des Gefäßes aufgezeichnet werden. Es ist nämlich efgh Fig. 69. die Seitenfläche über der Seite ab Fig. 79, a'b'c'd' Fig. 80. die Seitenfläche über der Seite cb Fig. 79. und e'f'g'h' Fig 81. die Seitenfläche über der Seite ac Fig. 79; endlich Fig. 82. die Ansicht des Gefäßes.

Aufgabe XVI.

Prisma mit einer Grundfläche, welche ein reguläres Vieleck bildet.

Auflösung.

Das als Grundfläche gegebene reguläre Vieleck ist in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte mit dem Vielecke zu verwandeln, ferner zu erörtern, wie viele Quadrat-Maßeinheiten dasselbe enthält, und mit diesen der körperliche Inhalt des Gefäßes zu dividiren. Der Quotient giebt die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Beispiel. Es sei das Fünfeck abdef Taf. V. Fig. 84. als Grundfläche gegeben und das Gefäß soll 19 Cubikzoll enthalten.

Um die Seitenlinie FH Fig. 85. eines Quadrates, welches mit dem als Grundfläche gegebenen regulären Vielecke gleich großen Flächeninhalt hat, auszumitteln, wird dasselbe in so viele gleich große Dreiecke zerlegt, als es Seiten hat. Zu diesem Behuf wird der Mittelpunct des Vieleckes gesucht und dieser bei Vielecken, welche eine gerade Anzahl Seiten haben, wie z. B. das Sechseck abdefg Fig. 83., erhalten, wenn aus den, einander gegenüber stehenden Ecken Linien ae und bf gezogen werden, wo dann der Durchschnittspunct c beider Linien den Mittelpunct bestimmt, bei Vielecken aber, welche eine ungerade Anzahl Seiten haben, wie z. B. das Fünfeck abdef Fig. 84., müssen, um den Mittelpunct aufzufinden, zwei Seiten, z. B. af und ab, bei h und g, in zwei gleiche Theile getheilt und aus diesen Puncten nach den ihnen gegenüber stehenden Ecken d und e Linien hd, ge gezogen werden, deren Durchschnittspunct c der gesuchte Mittelpunct ist. Werden nun aus allen Ecken abdefg Fig 83, oder abdef Fig. 84, nach diesem Mittelpuncte c Linien gezogen, so wird das reguläre Vieleck dadurch in so viele gleich große Dreiecke getheilt, als Seiten vorhanden sind, nämlich bei dem Sechseck Fig. 83. in die sechs Dreiecke acb, bcd, dce, ecf, fcg, gca, und bei dem Fünfecke Fig. 84. in die fünf Dreiecke acb, bcd, dce, ecf, fca.

Nach dieser Vorbereitung wird die Länge einer Seite des regulären Vieleckes so vielmal auf eine Linie WX Fig. 85. von B nach G getragen, als dasselbe Seiten hat, mithin bei dem Fünfecke Fig. 84. fünfmal. Die dadurch erhaltene Länge BG Fig. 85. wird bei F in zwei gleiche Theile getheilt und die Höhe cg Fig. 84. eines Dreieckes, in welche das Vieleck getheilt worden ist, von F bis E Fig. 85. gesetzt, ferner die Länge EG bei c in zwei gleiche Theile EC = CG getheilt, übrigens aber nach Aufgabe V. FH aufgefunden, welches die gesuchte Seitenlinie zu einem Quadrate von gleich großem Flächeninhalte mit dem Fünfecke Fig. 84. ist. Wird nun FH Fig. 85. von L bis M Fig. 86. gesetzt und NQ nach Aufgabe VI. gesucht, so giebt NQ, nach Längenzollen ausgemessen, die Anzahl

Quadratzolle, welche ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalte mit dem Fünfecke Fig. 84. enthält, an. Die Höhe WX Taf. VI. Fig. 87. des Gefäßes kann nun ausgemittelt werden, wenn ST gleiche Länge mit NQ Fig. 86. erhält, von R bis S aber so viele Längenzolle getragen werden, als das Gefäß Cubikzolle enthalten soll und WX nach Aufgabe IV. gesucht wird.

Eine von den fünf einander gleichen Seitenflächen des in Fig. 89. dargestellten Gefäßes wird erhalten, wenn lm Fig. 88. gleich lang mit einer Seite des Fünfeckes Fig 84. gemacht und auf die über l und m errichteten senkrechten Linien die Höhe WX Fig. 87. von m bis i und von l bis k getragen, auch ik durch eine Linie verbunden wird.

Eben so wird bei Ausmittelung der Höhe eines Gefäßes, welches zur Grundfläche ein reguläres Vieleck von mehr als fünf Seiten hat, verfahren.

Aufgabe XVII.

Vielseitiges Prisma, bei dessen Grundfläche nur die einander gegenüber stehenden Seiten gleiche Länge und die einander gegenüber stehenden Winkel gleiche Größe haben.

Auflösung.

Die gegebene Grundfläche ist in mehre Flächen zu zerlegen, vor denen jede in ein Quadrat verwandelt werden muß, das gleich großen Flächeninhalt mit demselben hat. Diese sämmtlichen Quadrate, welche man durch diese Verfahrungart erhalten hat, sind dann in ein Quadrat, welches gleich großen Flächeninhalt mit sämmtlichen Quadraten hat, zu verwandeln. Ferner ist auszumitteln, wie viele Quadrat-Maßeinheiten das letztere Quadrat enthält, und mit der Anzahl derselben in den gegebenen körperlichen Inhalt des Gefäßes zu dividiren, wo dann der Quotient die gesuchte Höhe des Gefäßes bestimmt.

Beispiel. Das Gefäß soll 16 Cubikzoll körperlichen Inhalt erhalten, zu welchem Taf. VI. Fig. 90. als Grundfläche gegeben ist.

Diese Grundfläche läßt sich in das längliche Rechteck abcd, in zwei gleich große längliche Rechtecke eikf, lghm und in vier

Dreiecke von gleicher Größe aic, blg, hmc, fkd zerlegen. Das längliche Rechteck abcd wird nun nach der in Aufgabe XII. enthaltenen Anweisung mittels der Construction Fig. 91 in das Quadrat nopq Fig. 92; jedes der länglichen Rechtecke eikf und lghm Fig. 90. mittels Figur 93 in das Quadrat n'o'p'q' Fig. 94, jedes der Dreiecke aie, blg, hmc, fkd Fig. 90. aber, indem eine Seite derselben, z. B. ei, auf eine Linie W^2X^2 Fig. 95. von F^2 bis G^2 und die Hälfte an = in der anderen Seite ai Fig. 90. von E^2 bis F^2 Fig. 95. getragen, dann nach Anweisung der Aufgabe V. verfahren und dadurch F^2H^2 als Seite des Quadrats $n^2o^2p^2q^2$ Fig. 96. erhalten wird, — welches zugleich auch mit den übrigen Dreiecken gleich großen Flächeninhalt hat — verwandelt. Um nun diese Quadrate in ein Quadrat zu verwandeln, welches mit sämmtlichen Quadraten gleichen Flächeninhalt hat, wird auf die Schenkel eines rechten Winkels VTU Fig. 97. eine Seitenlinie des aus dem länglichen Rechtecke abcd Fig. 90. gefundenen Quadrates nopq Fig. 92. von T bis z Fig. 97. und eine Seitenlinie des aus dem länglichen Rechtecke eikf Fig. 90. erhaltenen Quadrats n'o'p'q' Fig. 94. von T bis r Fig. 97. gesetzt, dann werden die Puncte rz durch eine Linie verbunden. An dem einen Ende dieser Linie wird bei r eine auf rz senkrecht stehende Linie r,r' errichtet und auf diese eine Seite des Quadrates n'o'p'q' Fig. 94, welches gleichen Flächeninhalt mit dem länglichen Rechtecke lghm Fig. 90. hat, von r bis s Fig. 97. gesetzt, sz durch eine Linie verbunden und aus s auf sz eine senkrechte Linie ss' errichtet, welche in st einer Seite des Quadrates $n^2o^2p^2q^2$ Fig. 96, welches gleichen Flächeninhalt mit dem Dreiecke eia Fig. 90. hat, gleich gemacht, und dann wieder eine Linie von t bis z Fig. 97. gezogen. Eben so wird auch für die Dreiecke blg, hmc, fkd Fig. 90. auf die aus t, u, v auf tz, uz, vz errichteten senkrechten Linien, tt', uu', vv' eine Seitenlinie des Quadrates $n^2o^2p^2q^2$ Fig. 96. in tu, uv, uw getragen, wo dann eine aus w nach z gezogene Linie die Seitenlinie zu einem Quadrate wxyz giebt, welches einen gleich großen Flächeninhalt mit sämmtlichen Quadraten und daher auch mit der Grundfläche abghcdfe Fig. 90. hat. Hierauf wird eine Seitenlinie des Quadrates wxyz Fig. 97. von L bis M Taf. V. Fig. 86.

aufgetragen und nach Aufgabe VI. NQ gesucht. Nun wird von S bis T Taf. VI. Fig. 98. die Länge NQ Fig. 86. gesetzt und von R bis S werden so viele Längenzolle aufgetragen, als das Gefäß Cubikzolle enthalten soll, hier 16 Zoll, und nach Aufgabe IV. WX die Höhe des Gefäßes aufgefunden.

Die Seitenwände des Gefäßes über ab = dc, über ef = gh und über ae = bg = hc = df Fig. 90 werden erhalten, wenn ab = dc von d′ bis c′ Fig. 99, ef = gh Fig. 90. von h′ bis g′ Fig. 100. und ae = bg = hc = df Fig. 90. von m′ bis l′ Fig. 101. getragen, über jedem dieser Puncte eine senkrechte Linie, welche gleiche Länge mit WX Fig. 98. erhält, errichtet wird und die dadurch erhaltenen Puncte a′b′ Fig. 99. e′f′ Fig. 100. und i′k′ Fig. 101. durch Linien mit einander verbunden werden, indem dadurch Rechtecke entstehen, welche die Seitenflächen des Gefäßes bilden, und zwar a′b′c′d′ Fig. 99. über ab und dc Fig. 90, e′f′g′h′ Fig. 100. über ef und gh Fig. 90. und i′k′l′m′ Fig 101. über ae, bg, hc, df Fig. 90. Fig. 102. stellt die Ansicht des Gefäßes dar.

Aufgabe XVIII.

Die Grundfläche des Gefäßes bildet ein unregelmäßiges Vieleck.

Auflösung.

Das als Grundfläche gegebene unregelmäßige Vieleck wird in so viele Dreiecke zerlegt, als erforderlich sind. Diese Dreiecke werden dann in Quadrate, welche gleich großen Flächeninhalt mit jenen Dreiecken haben und sämmtliche Quadrate wieder in ein Quadrat verwandelt, welches mit allen zusammen genommen gleich großen Flächeninhalt und daher auch mit der gegebenen Grundfläche hat. Zu letzterem Quadrate ist der Flächeninhalt in Quadratzollen zu suchen und mit der Anzahl derselben in den körperlichen Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, zu dividiren. Der Quotient giebt dann die gesuchte Höhe des Gefäßes.

Beispiel. Es sei der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes 17 Cubikzoll und die Grundfläche das unregelmäßige Fünfeck abcde Taf. VII. Fig. 103. Dieses Fünfeck kann in

die Dreiecke bae, cbe, cde zerlegt und dann nach der in Aufgabe XV. enthaltenen Anweisung das Dreieck bae mittels der Construction Fig. 104. in das Quadrat iklm Fig. 105, das Dreieck cbe Fig. 103. mittels der Construction Fig. 106. in das Quadrat i'k'l'm' Fig. 107. und das Dreieck cde Fig. 103 mittels der Construction Fig. 108. in das Quadrat $i^2k^2l^2m^2$ Fig. 109 verwandelt werden. Diese drei Quadrate werden nun nach der in Aufgabe XVII. enthaltenen Anweisung mittels Construction Fig 110. in ein Quadrat rstu verwandelt, welches gleich großen Flächeninhalt mit den Quadraten Fig. 105. 107. 109. und daher auch mit dem unregelmäßigen Fünfeck Fig. 103. hat. Eben so wie in der vorhergehenden Aufgabe wird mittels Fig. 111. und 112. die Höhe WX des Gefäßes aufgefunden.

Die Seitenwand des Gefäßes über ab Fig. 103. ist Fig. 113, über bc Fig. 103. Fig. 114, über cd Fig. 103. Fig. 115, über de Fig. 103. Fig. 116. und über ea Fig. 103. Fig. 117, so wie die Ansicht des Gefäßes Fig. 118. dargestellt ist.

Aufgabe XIX.

Das Gefäß hat die Form einer Pyramide, zu welcher die Grundfläche gegeben ist.

Auflösung.

Die gegebene Grundfläche, sie habe eine Figur, welche sie wolle, wird in ein Quadrat von gleich großem Flächeninhalt verwandelt, denn die Anzahl der Quadrat-Maßeinheiten gesucht, welche dasselbe enthält und mit dieser in den körperlichen Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, dividirt. Der Quotient, dreimal genommen, giebt die gesuchte Höhe der Pyramide.

Beispiel. Es sei das gleichseitige Dreieck abc Taf. VII. Fig. 119. als Grundfläche und $12\frac{1}{2}$ Cubikzoll als körperlicher Inhalt des Gefäßes gegeben.

Es wird nach der in Aufgabe XV. enthaltenen Anweisung mittels der Construction Fig. 120. die Seitenlinie FH zu einem Quadrate gesucht, welches mit dem Dreiecke abc Fig. 119. gleich großen Flächeninhalt hat, diese von L bis M Taf. VIII. Fig. 121. gesetzt und nach Aufgabe VI. NQ gesucht, ferner ST Figur 122. gleich groß mit NQ Fig. 121. gemacht, von R bis S Fig. 122.

aber werden so viele Längenzolle aufgetragen, als der körperliche Inhalt des Gefäßes Cubikzoll enthalten soll, hier nämlich $12\frac{1}{2}$ Zoll, und nach Aufgabe IV. WX ausgemittelt. Die Länge WX, dreimal genommen, giebt die gesuchte Höhe ih Fig. 123. der Pyramide.

Zum Behuf der Aufzeichnung einer von den drei gleich großen Seitenflächen der Pyramide wird kl Fig. 124. gleich groß mit einer Seitenlinie der Grundfläche Fig. 119 gemacht, aus der Mitte m Fig. 124. dieser Linie eine senkrechte Linie mp errichtet, diese bei mn gleich lang mit der Höhe ih Fig. 123. der Pyramide gemacht, kn gezogen und die Länge kn von m bis o getragen. Werden nun die Puncte ko und lo durch Linien mit einander verbunden, so wird eine Seitenfläche der in Fig. 125. dargestellten Pyramide erhalten.

Aufgabe XX.

Das Gefäß soll eine abgekürzte Pyramide bilden, zu welcher die obere und untere Fläche gegeben ist.

Auflösung.

Die obere und untere Fläche der abgekürzten Pyramide wird, in sofern sie nicht in quadratischer Form gegeben ist, in Quadrate verwandelt, welche mit jenen gegebenen Flächen einen gleich großen Flächeninhalt haben. Hierauf wird aus den Seitenlinien dieser Quadrate die Länge gesucht, welche, nach Längenmaßeinheiten ausgemessen, die Anzahl Quadrat-Maßeinheiten jedes Quadrates bezeichnet. Ferner werden die Seitenlinien der Quadrate, welche der oberen und unteren Fläche gleich sind, mit einander multiplicirt, endlich diese erhaltenen Längen addirt und durch die Summe derselben der in Längenmaßeinheiten ausgedrückte körperliche Inhalt des Gefäßes dividirt. Der Quotient, dreimal genommen, giebt dann die gesuchte Höhe der Pyramide.

Beispiel. Es sei als untere Fläche das Quadrat ABCD Taf. VIII. Fig. 126. und als obere Fläche das Quadrat abcd gegeben, der körperliche Inhalt der abgekürzten Pyramide soll aber 5 Cubikzoll betragen.

Da in dem angenommenen Beispiele die obere und untere Fläche in Quadraten gegeben ist, so wird hier eine Verwandlung dieser Flächen nicht nöthig. Sowohl eine Seitenlinie des Quadrates der unteren als auch der oberen Fläche wird nach Anweisung der Aufgabe VI. mittels der Constructionen Fig. 127. und 128. zum Quadrate erhoben, wo in Fig. 127. die Länge NQ und in Fig. 128. die Länge N′Q′, nach Längenzollen gemessen, die Anzahl Quadratzolle angiebt, welche das Quadrat der Grundfläche und der oberen Fläche enthält. Ferner wird eine Seitenlinie AB Fig. 126. des Quadrats der Grundfläche mit einer Seitenlinie ab des Quadrats der oberen Fläche nach Aufgabe III. mittels der Constructionen Fig. 129. 130. multiplicirt, wodurch in Fig. 130. als Product N^2Q^2 erhalten wird. Nun werden die drei erhaltenen Größen NQ Fig. 127, N′Q′ Fig. 128. und N^2Q^2 Fig. 130. nach Anweisung der Aufgabe I. addirt, indem sie auf eine Linie de Fig. 131. von f bis g, von g bis h und von h bis i gesetzt werden, wo dann die Summe fi ist. Durch die dadurch erhaltene Länge fi wird der in Längenzollen ausgedrückte körperliche Inhalt, welchen die abgekürzte Pyramide erhalten soll, nämlich 5 Cubikzoll, nach Aufgabe IV. dividirt, indem RS Fig. 132. eine Länge von 5 Zoll gegeben, ST aber gleich lang mit fi Fig. 131. gemacht und dadurch der Quotient WX Fig. 132. erhalten wird. WX, dreimal genommen, giebt dann die gesuchte Höhe lk Fig. 133. der abgekürzten Pyramide.

Um eine Seitenfläche der abgekürzten Pyramide aufzuzeichnen, wird mn Fig. 134. einer Seitenlinie der Grundfläche ABCD Fig. 126. gleich gemacht, aus o Fig. 134. als der Mitte von nm eine senkrechte Linie ot errichtet, auf diese die ausgemittelte Höhe lk Fig. 133. von o bis q Fig. 134 getragen, durch den Punct q eine Linie parallel mit mn gezogen und auf diese die halbe Länge einer Seitenlinie der oberen Fläche abcd Fig. 126 von q bis p Fig. 134. gesetzt; ferner werden die Puncte mp durch eine Linie mit einander verbunden. Die dadurch erhaltene Länge mp wird dann von o bis u getragen, durch u eine Parallele mit mn gezogen und ur = us gleiche Länge mit op gegeben. Werden nun die Puncte mr und ns durch Linien mit einander verbunden, so wird eine Seitenfläche

mrsn der abgekürzten Pyramide erhalten, und da hier eine reguläre Grundfläche vorausgesetzt wird, so haben auch die übrigen Seitenflächen mit derselben gleiche Größe und Figur. Die Ansicht der abgekürzten Pyramide ist Fig. 135. dargestellt.

Aufgabe XXI.

Gefäß in Form eines Cylinders, zu welchem die Grundfläche gegeben ist.

Auflösung.

Die Höhe des Cylinders wird aufgefunden, wenn die Anzahl der Quadrat-Maßeinheiten, welche die Grundfläche enthält, ausgemittelt und mit derselben in den körperlichen Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, dividirt wird.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Gefäßes sei $12\frac{3}{4}$ Cubikzoll und die gegebene Grundfläche adbe Taf. VIII. Fig. 136.

Um den Flächeninhalt der Grundfläche auszumitteln, wird in den Kreis, den dieselbe bildet, der Durchmesser ab und aus dem Mittelpuncte c senkrecht auf den Durchmesser ab der Halbmesser cd, ferner die Sehne ad gezogen und letztere in 5 gleich große Theile, auch cd bei o in zwei gleiche Theile getheilt. Nun wird auf eine Linie xy Fig. 137. der Durchmesser ab Figur 136. dreimal von f bis g Fig. 137. und $\frac{1}{5}$ von ad Fig. 136. von g bis h Fig. 137. gesetzt. Nachdem GF Fig. 138. gleich lang mit fh Fig. 137. und FE Fig 138. gleich lang mit do = co Fig. 136. gemacht worden ist, wird FH Fig. 138 nach Aufgabe III. gesucht und diese Länge von L bis M Taf. IX. Fig. 139. gesetzt, dann aber NQ nach Aufgabe III. aufgefunden, wo NQ, nach Längenzollen ausgemessen, die Anzahl Quadratzolle angiebt, welche die Kreisfläche adbe Fig. 136. enthält. Endlich werden von R bis S Fig. 140. so viele Längenzolle aufgetragen, als der körperliche Inhalt des Gefäßes betragen soll, hier z. B. $12\frac{3}{4}$ Zoll, ST aber gleich lang mit NQ Fig. 139. gemacht, und WX Fig. 140. nach Aufgabe IV. als die gesuchte Höhe des Cylinders ausgemittelt.

Um die Seitenfläche des Cylinders als eine ebene Fläche zu erhalten, wird die Länge fh. Fig. 137. auf eine Linie in on

Fig. 141. getragen, aus den Puncten o und n werden senkrechte Linien ol, nm von gleicher Länge mit der Höhe WX Fig. 140. errichtet und dann lm durch eine Linie verbunden. Fig. 142. stellt die Ansicht des Cylinders dar.

Aufgabe XXII.

Gefäß in Form eines Kegels, zu welchem die Grundfläche gegeben ist.

Auflösung.

Um die Höhe eines Kegels auszumitteln, wird die Anzahl der Quadrat-Maßeinheiten, welche die Grundfläche enthält, gesucht, mit derselben in den gegebenen körperlichen Inhalt dividirt und der erhaltene Quotient dreimal genommen.

Beispiel. Es sei der körperliche Inhalt des Kegels 13 Cubikzoll und dessen Grundfläche adbe Taf. IX. Fig. 143.

Bei Ausmittelung des Flächeninhalts der Grundfläche und Aufsuchung der Höhe wird eben so wie in der vorhergehenden Aufgabe verfahren und dadurch mittels der Constructionen Fig. 143. 144. 145. 146. NQ Fig. 146, ferner WX Fig. 147. erhalten. Trägt man nun WX dreimal auf eine Linie, so giebt ik Fig. 148. die gesuchte Höhe des Kegels.

Soll die Seitenfläche des Taf. X. Fig. 152. dargestellten Kegels, als in einer Ebene ausgebreitet, aufgezeichnet werden, so wird der Halbmesser ac = cb der Grundfläche Fig. 143. auf eine Linie von i nach n und von n nach m Taf. IX. Fig. 149. gesetzt, aus n eine senkrechte Linie nv errichtet und diese in o gleich lang mit der Höhe des Kegels ik Fig. 148. gemacht, dann werden die Puncte io und mo Fig. 149. durch Linien mit einander verbunden. Nun wird auf eine Linie die Länge einer Seite io = mo von p bis q Fig. 150. getragen, aus p mit dem Halbmesser pq der Bogen tqu beschrieben, ferner auf eine Linie yv Fig. 151. die Länge fh Fig. 144. von x bis z Fig. 151. gesetzt, diese bei w halbirt und eine dieser Hälften wx in willkürliche, doch gleich große Theile getheilt, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Theile, wenn sie auf einen Bogen aufgetragen werden, so klein angenommen werden müssen, daß der durch sie bestimmte Theil des Bogens füglich als eine ge-

rade Linie betrachtet werden kann. Hier z. B. ist wx in 12 Theile getheilt worden. Auf den Bogen tqu Fig. 150. werden nun von q nach t und von q nach u hin so viele Theile, als von w bis x angenommen worden sind, hier 12 Theile, von q bis r und s getragen. Werden endlich die Puncte rp und ps durch Linien mit einander verbunden, so ist prqs die in eine Ebene ausgebreitete Seitenfläche des Kegels.

Aufgabe XXIII.

Gefäß in Form eines abgekürzten Kegels, zu welchem die obere und untere Fläche gegeben ist.

Auflösung.

Sowohl der Halbmesser der unteren als auch der oberen Fläche wird zum Quadrate erhoben, ferner werden die beiden Halbmesser mit einander multiplicirt und dann die durch diese Verfahrungart erhaltenen drei Größen addirt. Die dadurch gebildete Länge wird als Durchmesser eines Kreises angenommen und zu demselben die Peripherie gesucht. Wird nun mit der Länge der Peripherie in die gegebene Anzahl Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, dividirt, so giebt der Quotient, dreimal genommen, die gesuchte Höhe des abgekürzten Kegels.

Beispiel. Es sei als untere Fläche des abgekürzten Kegels ADBE Taf. X. Fig. 153., als obere Fläche desselben aber adbe und als körperlicher Inhalt des Gefäßes 14 Cubikzolle gegeben.

LM Fig. 154. wird dem Halbmesser AC Fig. 153. der unteren Fläche gleich gemacht und NQ Fig. 154. nach Aufgabe VI. gesucht. Eben so wird in Hinsicht auf den Halbmesser aC Fig. 153. der oberen Fläche verfahren, indem L′M′ Fig. 155. gleiche Länge mit aC Fig. 153. erhält und dann durch die Construction Fig. 155. N′Q′ nach dem Zusatze zur Aufgabe VI. gefunden wird. Ferner werden die beiden Halbmesser AC und aC Fig. 153. von E bis F und von F bis G Fig. 156. gesetzt und FH nach Aufgabe III. ausgemittelt, ingleichen L^2M^2

Fig. 157 gleich lang mit FH Fig. 156. gemacht und N^2Q^2 nach dem Zusatze zu Aufgabe III bestimmt. Die erhaltenen drei Größen werden nun addirt, indem NQ Fig. 154. auf eine Linie lm Fig. 158. von g bis h, N'Q' Fig. 155. von h bis i Fig. 148. und N^2Q^2 Fig. 157. von i bis k Fig. 158. getragen und dadurch deren Summe gk erhalten wird. Nun wird gk als Durchmesser eines Kreises a'd'b'e', Fig. 159. angenommen und nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung np Fig. 160. gesucht. Um WX Fig. 161. nach Aufgabe IV. ausmitteln zu können, trage man np Fig. 160. von S bis T Fig. 161. und von R bis S so viele Längenzolle, hier 14 Zoll, als das Gefäß Cubikzolle enthalten soll, wo dann WX, dreimal von t bis s Fig. 162. gesetzt, die gesuchte Höhe des abgekürzten Kegels giebt.

Soll die äußere Seitenfläche des abgekürzten Kegels als eine ebene Fläche aufgezeichnet werden, so wird auf eine Linie a^2b^2 Fig. 163. der Halbmesser AC Fig. 153. der unteren Fläche von w bis v Fig. 163. getragen, aus w eine senkrechte Linie wd^2 errichtet und auf diese die Höhe des abgekürzten Kegels st Fig. 162. von w bis z gesetzt, dann c^2z mit a^2w parallel gezogen, zy gleich lang mit dem Halbmesser aC Fig. 153. der oberen Fläche gemacht und durch die Puncte vy eine Linie gezogen, deren Verlängerung wd^2 in x schneidet. Die Länge vx wird nun auf eine Linie von q' bis p' Fig. 164. getragen und mit dem Halbmesser p'q' ein Bogen t'q'u' beschrieben. Ferner wird x'z' Fig. 165. gleich lang mit np Fig. 160. gemacht, x'z' bei w' Fig. 165 halbirt und x'w' in eine willkürliche Anzahl gleiche Theile getheilt, wobei jedoch dasjenige beobachtet werden muß, was hierüber bereits in der vorhergehenden Aufgabe bemerkt worden ist. Die Anzahl Theile, hier z. B. 12, in welche x'w' getheilt worden ist, werden auf den Bogen t'q'u, Fig. 164. von q' bis r' und von q' bis s' getragen und von r' nach p', so wie auch von s' nach p' Linien gezogen, p'l' wird aber gleiche Länge mit xy Fig 163. gegeben und aus p, durch l' der Bogen m'l'n' beschrieben, wodurch m'l'n's'q'r' als die Seitenfläche des Fig. 166. dargestellten abgekürzten Kegels erhalten wird.

Aufgabe XXIV.

Gefäß mit einer elliptischen Grundfläche.

Auflösung.

Nachdem in die als Grundfläche gegebene Ellipse die große und kleine Achse gezogen worden ist, wird die halbe große Achse mit der halben kleinen Achse multiplicirt, das dadurch erhaltene Product als der Durchmesser eines Kreises angenommen und zu demselben die Peripherie gesucht. Wird nun mit der Länge dieser Peripherie in die Anzahl der cubischen Maßeinheiten, welche das Gefäß enthalten soll, dividirt, so zeigt der Quotient die gesuchte Höhe des Gefäßes an.

Beispiel. Die gegebene elliptische Grundfläche sei ilkm Taf. XI. Fig. 167. und der körperliche Inhalt des Gefäßes soll 9 Cubikzoll betragen.

In der Ellipse ilkm ist die große Achse ik und die kleine Achse lm, mithin die halbe große Achse ic = ck und die halbe kleine Achse lc = cm. In Fig. 168. wird EF gleich lang mit ic Fig. 167. und FG Fig 168. gleich lang mit lc Fig. 167. gemacht, worauf FH Fig. 168. nach Aufgabe III. zu suchen ist. Nun wird FH von L bis M Fig. 169. gesetzt und NQ nach Aufgabe III. ausgemittelt. NQ ist als Durchmesser ab eines Kreises adbe Fig. 170. anzunehmen und die Länge fh Fig. 171. von dessen Peripherie nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung zu suchen. Endlich wird ST Fig. 172. gleich lang mit fh Fig. 171 gemacht und von R bis S Fig. 172 werden so viele Längenzolle aufgetragen, als das Gefäß Cubikzolle enthalten soll, hier z. B. 9 Zoll, und nach Aufgabe IV. WX aufgefunden, welches die gesuchte Höhe des Gefäßes ist.

Die Seitenwand des Fig. 174. dargestellten Gefäßes, wenn sie als eine ebene Fläche aufgezeichnet werden soll, wird erhalten, wenn der Bogen inl Fig 167., als der vierte Theil der Umfangslinie der Ellipse, in eine willkürliche Anzahl gleich großer Theile — die jedoch so klein angenommen werden müssen, daß die Krümmung eines solchen Theiles fast als eine gerade Linie betrachtet werden kann — getheilt und eben so viele Theile, hier z. B. 12, auf eine Linie tu Fig. 173. von r bis s getragen werden, die Länge rs aber dreimal von s bis q gesetzt

wird. Werden nun ferner über r und q senkrechte Linien ro, qp von gleicher Länge mit der Höhe WX Fig. 172. errichtet, auch op durch eine Linie verbunden, so giebt das längliche Rechteck opqr die verlangte Seitenwand der Ellipse in einer ebenen Fläche ausgebreitet.

Aufgabe XXV.

Das Gefäß soll in Form einer Kugel gefertigt werden, zu welcher der größte Flächenschnitt gegeben ist.

Auflösung.

Die Höhe einer Kugel ist stets dem Durchmesser des gegebenen größten Flächenschnittes gleich.

Aufgabe XXVI.

Das Gefäß soll die Form einer Halbkugel erhalten, zu welcher die kreisförmige Grundfläche gegeben ist.

Auflösung.

Die Höhe einer Halbkugel ist dem Halbmesser des als Grundfläche gegebenen Kreises gleich.

Aufgabe XXVII.

Gefäß in Form eines Kugelabschnittes, zu dem die Kreisfläche, welche als Grundfläche betrachtet werden kann, gegeben ist.

Auflösung.

Zuvörderst ist die Höhe no Taf. XII. Fig. 180 eines Cylinders auszumitteln, welcher zu seiner Grundfläche die Kreisfläche des Kugelabschnittes und mit demselben gleichen körperlichen Inhalt hat. Diese Höhe wird erhalten, wenn mit dem Flächeninhalte des gegebenen Kreises Taf. XI. Fig. 175. in den körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes dividirt wird. Das Profil des Cylinders ist dann iglm Fig. 180. Hierauf wird der Halbmesser ac der gegebenen Kreisfläche Fig. 175. von o

bis p Fig. 180. gesetzt, von m bis p und von m bis n werden aber Diagonalen gezogen, auch auf die Diagonale mp die Länge im von m bis r getragen. Nun sind folgende mittlere Proportionallinien zu suchen, nämlich:

1) aus no und np,

2) aus mo und mn,

3) aus der unter No. 1. gefundenen mittleren Proportionallinie und qr,

4) aus der Hälfte der unter No. 2. erhaltenen mittleren Proportionallinie und qr, endlich

5) aus den unter No. 3. und No. 4. ausgemittelten Proportionallinien.

Wird nun die zuletzt unter No. 5. erhaltene Proportionallinie zu no addirt, so giebt die Summe die gesuchte Höhe des Kugelabschnittes.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Kugelabschnittes sei 12 Cubikzoll und die gegebene Grundfläche desselben der Kreis adbe Fig. 175.

Um den Flächeninhalt des Kreises zu erhalten, wird nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung verfahren und dadurch mittels der Constructionen Fig. 175. 176. 177. 178. NQ erhalten, welche Größe, nach Längenzollen ausgemessen, den Flächeninhalt des Kreises Fig. 175. in Quadratzollen angiebt. Ferner werden auf YZ Taf. XII. Fig. 179. so viele Längenzolle von S. bis R gesetzt, als die Anzahl Cubikzolle des gegebenen körperlichen Inhalts vom Gefäße beträgt, ST aber NQ Fig. 178. gleich gemacht und nach Aufgabe IV. WX gesucht. Die Länge WX, als Höhe eines Cylinders, der zur Grundfläche die gegebene Grundfläche Fig. 175. des Kugelabschnittes und gleichen körperlichen Inhalt mit demselben hat, wird auf eine Linie ut Fig. 180. von n bis o getragen, auf ut aus n die senkrechte Linie ns gezogen, diese in i gleich lang mit dem Halbmesser ac Fig. 175. der gegebenen Grundfläche gemacht und das längliche Rechteck inom construirt, ferner op gleiche Länge mit ni gegeben und mp, mn gezogen, auch mr gleich lang mit mi gemacht. Nun wird

1) $E'F'$ Fig. 181 = no Fig. 180, ferner $F'G'$ Fig. 181 = np Fig. 180. gemacht, und $F'H'$ Fig. 181. nach Aufgabe V. gesucht;

2) E^2F^2 Fig. 182 = mn Fig. 180., dann F^2G^2 Fig. 182 = mo Fig. 180. gemacht, und F^2H^2 Fig. 182. nach Aufgabe V. ausgemittelt;

3) E^3F^3 Fig. 183 = $F'H'$ Fig. 181. und F^3G^3 Fig. 183 = qr Fig. 180. gemacht, F^3H^3 Fig. 183. aber nach Aufgabe V. aufgefunden;

4) E^4F^4 Fig. 184 = der Hälfte F^2H^2 Fig. 182, so wie auch F^4G^4 Fig. 184 = qr Fig. 180. gemacht, und F^4H^4 Fig. 184. nach Aufgabe V. erhalten; endlich giebt

5) E^5F^5 Fig. 185 = F^3H^3 Fig. 183, und F^5G^5 Fig. 185 = F^4H^4 Fig. 184. gemacht, F^5H^5 Fig. 185.

Wird nun F^5H^5 auf eine Linie $y'z'$ Fig. 186. von w bis y, und no Fig. 180. von w bis v Fig. 186 gesetzt, so giebt vy die gesuchte Höhe nx Fig. 180 des Kugelabschnittes. Um den Mittelpunct c zu dem Bogen ia'x aufzufinden, wird von i bis x eine Linie gezogen, diese bei b' in zwei gleiche Theile getheilt und aus b' eine auf ix senkrecht stehende Linie errichtet, welche die Linie ut in c schneidet, und c ist der Mittelpunct, aus welchem der Bogen ia'xc'g beschrieben werden kann. Fig. 187. stellt die Ansicht des Kugelabschnittes dar.

Aufgabe XXVIII.

Gefäß in Form einer Zone, zu welcher die obere und untere Kreisfläche gegeben ist.

Auflösung.

Um die Höhe einer Zone auffinden zu können, muß zuvor der körperliche Inhalt eines Kugelabschnittes ausgemittelt werden, bei welchem der Durchmesser ig Taf. XIII. Fig. 201. der Kreisfläche dem Durchmesser AB Taf. XII. Fig. 188. der gegebenen oberen Kreisfläche der Zone gleich ist und dessen körperlicher Inhalt gleiche Größe mit dem körperlichen Inhalte der Zone und dem Ergänzungabschnitte hat. Dieser körperliche Inhalt wird erhalten, wenn das Quadrat des Halbmessers AC Fig. 188. der oberen Kreisfläche zu dem Quadrate des Halb-

messers ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche addirt und hierzu noch das Product aus dem oberen Halbmesser AC Fig. 188. und aus dem unteren Halbmesser ac Fig. 189. hinzugerechnet wird. Durch diese Summe wird der gegebene körperliche Inhalt der Zone dividirt, der hierdurch erhaltene Quotient mit dem oberen Halbmesser AC Fig. 188. multiplicirt und dieses Product durch den unteren Halbmesser ac Fig. 189. dividirt Wird nun der Flächeninhalt der oberen Kreisfläche ADBE Fig. 188. gesucht und dieser mit dem zuletzt erhaltenen Quotienten multiplicirt, so giebt das Product den gesuchten körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes. Hierauf wird nach der in der vorhergehenden Aufgabe enthaltenen Anweisung der Mittelpunct c Taf. XIII. Fig. 201., aus welchem der Umfang ia'xc'g des Kugelabschnittes beschrieben werden kann, gesucht. Um die Höhe no der Zone zu erhalten, wird der gegebene Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche von der Mittellinie nx Fig. 201. zu beiden Seiten auf den Durchmesser ig der oberen Fläche getragen und aus den dadurch erhaltenen Puncten r's' werden Parallellinien r'r² und s's² mit der Mittellinie nx gezogen, welche den Bogen ia'xc'g in r und s schneiden. Werden nun letztere Puncte durch eine Linie mit einander verbunden, so durchschneidet diese die Mittellinie nx in o, und on ist dann die gesuchte Höhe der Zone.

Beispiel. Der körperliche Inhalt der Zone sei 8 Cubikzoll und als obere Kreisfläche ADBE Fig. 188, als untere aber adbe Fig. 189. gegeben.

Der Halbmesser AC Fig. 188 der oberen Kreisfläche wird von L bis M Taf. XII. Fig. 190. getragen und nach Aufgabe VI. NQ gesucht. Eben so wird der Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche von L' bis M' Fig. 191. gesetzt und N'Q' nach Aufgabe VI. ausgemittelt. Ferner wird EF Fig. 192. dem Halbmesser AC Fig. 188. und FG Fig. 192. dem Halbmesser ac Fig. 189. gleich gemacht, FH nach Aufgabe III. gesucht und diese Länge von L² bis M² Fig. 193. getragen, um N²Q² ausmitteln zu können. Nun wird auf der Linie x'y' Fig. 194. d'e' gleich NQ Fig. 190. e'f' Fig 194. gleich N'Q'

Fig. 191. und f'g' Fig 194. gleich N^2Q^2 Fig. 193. gemacht, die dadurch erhaltene Länge d'g' Fig. 194. von S bis T. Fig. 195. gesetzt, von R bis S werden aber so viele Längenzolle getragen, als der körperliche Inhalt der Zone betragen soll, hier z. B. 8 Zoll, und WX nach Aufgabe IV. aufgefunden. Ferner wird E'F' Taf. XIII. Fig. 196. gleiche Länge mit WX Fig. 195., F'G' Fig. 196. aber gleiche Länge mit dem Halbmesser AC Fig. 188. gegeben, F'H' nach Aufgabe III. ausgemittelt, L^3M^3 Fig. 197. gleich lang mit F'H' Fig. 196. gemacht und N^3Q^3 gesucht. Dann wird N^3Q^3 von R' bis S' Fig. 198., der Halbmesser ac Fig. 189. aber von S' bis T' Fig. 198. gesetzt, um W'X' nach Aufgabe IV. zu erhalten. Nun kann der gesuchte körperliche Inhalt des Kugelabschnittes aufgefunden werden, wenn der Flächeninhalt der oberen Kreisfläche ADBE Fig. 188 mit dem zuletzt erhaltenen Quotienten W'X' Fig. 198. multiplicirt wird. Da die obere Kreisfläche ADBE Fig. 188. hier eben so groß als in der vorhergehenden Aufgabe angenommen worden ist, so kann der Flächeninhalt derselben nach der in Aufgabe XXVII. enthaltenen Anweisung mittels der Constructionen Taf. XI. Fig. 175. 176. 177. 178. in NQ Fig. 178. in Längenzollen aufgefunden werden, worauf E^2F^2 Taf. XIII. Fig 199. mit NQ Fig. 178. und F^2G^2 mit W'X' Fig 198. gleich lang gemacht, F^2H^2 Fig. 199. aber nach Aufgabe III. gesucht und diese Länge von L^4 bis M^4 Fig. 200. getragen wird, um N^4Q^4 als den gesuchten körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes, in Längenzollen ausgedrückt, ausmitteln zu können. Wenn die Höhe nx Fig. 201. dieses Kugelabschnittes, so wie auch der Mittelpunct c, aus welchem der Bogen ia'xc'g beschrieben werden kann, nach der in Aufgabe XXVII. enthaltenen Anweisung gesucht worden ist, so wird der Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Fläche von n nach r' und s' Fig. 201. gesetzt, $r'r^2$ und $s's^2$ mit nx parallel gezogen, wo dann $r'r^2$ den Bogen ia'x in r und $s's^2$ den Bogen gc'x in s schneidet. Die Puncte r, s werden durch eine Linie verbunden, und die Entfernung von dem Durchschnittspuncte o dieser Linie mit der Mittellinie nx bis n giebt endlich die gesuchte Höhe der in Fig. 202. dargestellten Zone.

messers ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche addirt und hierzu noch das Product aus dem oberen Halbmesser AC Fig. 188. und aus dem unteren Halbmesser ac Fig. 189. hinzugerechnet wird. Durch diese Summe wird der gegebene körperliche Inhalt der Zone dividirt, der hierdurch erhaltene Quotient mit dem oberen Halbmesser AC Fig. 188. multiplicirt und dieses Product durch den unteren Halbmesser ac Fig. 189. dividirt Wird nun der Flächeninhalt der oberen Kreisfläche ADBE Fig. 188. gesucht und dieser mit dem zuletzt erhaltenen Quotienten multiplicirt, so giebt das Product den gesuchten körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes. Hierauf wird nach der in der vorhergehenden Aufgabe enthaltenen Anweisung der Mittelpunct c Taf. XIII. Fig. 201., aus welchem der Umfang ia'xc'g des Kugelabschnittes beschrieben werden kann, gesucht. Um die Höhe no der Zone zu erhalten, wird der gegebene Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche von der Mittellinie nx Fig. 201. zu beiden Seiten auf den Durchmesser ig der oberen Fläche getragen und aus den dadurch erhaltenen Puncten r's' werden Parallellinien r'r² und s's² mit der Mittellinie nx gezogen, welche den Bogen ia'xc'g in r und s schneiden. Werden nun letztere Puncte durch eine Linie mit einander verbunden, so durchschneidet diese die Mittellinie nx in o, und on ist dann die gesuchte Höhe der Zone.

Beispiel. Der körperliche Inhalt der Zone sei 8 Cubikzoll und als obere Kreisfläche ADBE Fig. 188, als untere aber adbe Fig. 189. gegeben.

Der Halbmesser AC Fig. 188 der oberen Kreisfläche wird von L bis M Taf. XII. Fig. 190. getragen und nach Aufgabe VI. NQ gesucht. Eben so wird der Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Kreisfläche von L' bis M' Fig. 191. gesetzt und N'Q' nach Aufgabe VI. ausgemittelt. Ferner wird EF Fig. 192. dem Halbmesser AC Fig. 188. und FG Fig. 192. dem Halbmesser ac Fig. 189. gleich gemacht, FH nach Aufgabe III. gesucht und diese Länge von L² bis M² Fig. 193. getragen, um N²Q² ausmitteln zu können. Nun wird auf der Linie x'y' Fig. 194. d'e' gleich NQ Fig. 190. e'f' Fig 194. gleich N'Q'

Fig. 191. und f′g′ Fig 194. gleich N^2Q^2 Fig. 193. gemacht, die dadurch erhaltene Länge d′g′ Fig. 194. von S bis T. Fig. 195. gesetzt, von R bis S werden aber so viele Längenzolle getragen, als der körperliche Inhalt der Zone betragen soll, hier z. B. 8 Zoll, und WX nach Aufgabe IV. aufgefunden. Ferner wird E′F′ Taf. XIII. Fig. 196. gleiche Länge mit WX Fig. 195., F′G′ Fig. 196. aber gleiche Länge mit dem Halbmesser AC Fig. 188. gegeben, F′H′ nach Aufgabe III. ausgemittelt, L^3M^3 Fig. 197. gleich lang mit F′H′ Fig. 196. gemacht und N^3Q^3 gesucht. Dann wird N^3Q^3 von R′ bis S′ Fig. 198., der Halbmesser ac Fig. 189. aber von S′ bis T′ Fig. 198. gesetzt, um W′X′ nach Aufgabe IV. zu erhalten. Nun kann der gesuchte körperliche Inhalt des Kugelabschnittes aufgefunden werden, wenn der Flächeninhalt der oberen Kreisfläche ADBE Fig. 188 mit dem zuletzt erhaltenen Quotienten W′X′ Fig. 198. multiplicirt wird. Da die obere Kreisfläche ADBE Fig. 188. hier eben so groß als in der vorhergehenden Aufgabe angenommen worden ist, so kann der Flächeninhalt derselben nach der in Aufgabe XXVII. enthaltenen Anweisung mittels der Constructionen Taf. XI. Fig. 175. 176. 177. 178. in NQ Fig. 178. in Längenzollen aufgefunden werden, worauf E^2F^2 Taf. XIII. Fig 199. mit NQ Fig. 178. und F^2G^2 mit W′X′ Fig 198. gleich lang gemacht, F^2H^2 Fig. 199. aber nach Aufgabe III. gesucht und diese Länge von L^4 bis M^4 Fig. 200. getragen wird, um N^4Q^4 als den gesuchten körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes, in Längenzollen ausgedrückt, ausmitteln zu können. Wenn die Höhe nx Fig. 201. dieses Kugelabschnittes, so wie auch der Mittelpunct c, aus welchem der Bogen ia′xc′g beschrieben werden kann, nach der in Aufgabe XXVII. enthaltenen Anweisung gesucht worden ist, so wird der Halbmesser ac Fig. 189. der unteren Fläche von n nach r′ und s′ Fig. 201. gesetzt, $r'r^2$ und $s's^2$ mit nx parallel gezogen, wo dann $r'r^2$ den Bogen ia′x in r und $s's^2$ den Bogen gc′x in s schneidet. Die Puncte r, s werden durch eine Linie verbunden, und die Entfernung von dem Durchschnittspuncte o dieser Linie mit der Mittellinie nx bis n giebt endlich die gesuchte Höhe der in Fig. 202. dargestellten Zone.

Aufgabe XXIX.

Die Höhe zu einem Gefäße zu finden, bei dem nicht sämmtliche Seitenwände senkrecht auf der Grundfläche stehen, oder dessen Achse eine geneigte Lage gegen die Grundfläche hat.

Auflösung.

Bei prismatischen Gefäßen, welche verschiedenartig gestaltete Grundflächen haben können, ferner bei dem Cylinder und bei einem Gefäße mit einer elliptischen Grundfläche, wird aus dem gegebenen körperlichen Inhalte und der ebenfalls gegebenen Grundfläche die Höhe eben so wie zu einem Gefäße, dessen Seitenwände senkrecht auf der Grundfläche stehen, nach Aufgabe X. XI. YII. XIII. XIV. XV. XVI. XVII. XVIII. XIX. XXI. und XXIV. gesucht, dann die gegebene schiefe Richtunglinie mit der aufgefundenen Höhe parallel mit der Grundlinie durchschnitten, und die Seitenflächen des Gefäßes werden mit der gedachten schiefen Richtunglinie parallel gezeichnet.

Beispiel. Es sei zu einem schief stehenden Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Fünfeck Taf. XIII. Fig. 203. ist und dessen körperlicher Inhalt 19 Cubikzoll betragen soll, die schiefe Lage seiner Seitenwände mit der Grundlinie tu Fig. 204. durch den Winkel hiu bestimmt worden.

Die Höhe des Gefäßes wird nach Aufgabe XVI. mittels der Constructionen Taf. V. Fig. 85. 86. 87. gesucht und die in WX Taf. VI. Fig 87. erhaltene Höhe auf eine senkrecht auf der Grundlinie tu Fig 204. stehende Linie xz von x bis w getragen und aus w eine Parallele ws mit der Grundlinie tu gezogen, welche die schiefe Linie hi in p schneidet. Nun werden alle Eckpuncte abdef der Grundfläche Fig. 203. von dem Berührungpuncte i Fig. 204 der schiefen Linie hi mit der Grundlinie tu aufgetragen, und zwar f′a Fig. 203. von i bis g Fig. 204., f′e′ Fig. 203. von i bis k Fig. 204., f′b Fig. 203. von i bis l Fig. 204., und f′d′ Fig. 203. von i bis m Fig. 204. Aus den Puncten gklm werden mit hi parallel die Linien gn, kr, lo, mq bis an die Höhenlinie ws gezogen und

dadurch die Puncte pnroq der oberen Fläche des Gefäßes bestimmt. Die Ansicht des Gefäßes ist Taf. XIII. Fig. 205. dargestellt.

Bei der Pyramide, der abgekürzten Pyramide, dem Kegel und dem abgekürzten Kegel wird die schiefe Neigung dieser Körper gegen die Grundfläche durch die Richtung der Achsenlinie bestimmt, das übrige Verfahren bleibt aber das nämliche.

Beispiel. Es soll die Höhe zu einer schiefstehenden abgekürzten Pyramide von 5 Cubikzoll Inhalt gesucht werden, deren untere Fläche ABCD Taf. XIII. Fig. 206. und deren obere Fläche abcd Fig. 207. ist.

Die Höhe derselben wird eben so wie bei einer abgekürzten Pyramide, deren Achse senkrecht auf der Grundfläche steht, nach Aufgabe XX. mittels der Constructionen Taf. VIII. Fig. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. gesucht. Die in kl Fig. 133. gefundene Höhe wird auf eine auf der Grundlinie hi Taf. XIII. Fig. 208. senkrecht stehenden Linie kz von k bis l gesetzt, durch l eine Parallele ls mit der Grundlinie hi gezogen, welche die Linie fe, durch welche die schiefe Lage der abgekürzten Pyramide bestimmt ist, in g schneidet. Nachdem T und t Fig. 206. 207. auf einer Seitenlinie der unteren und oberen Fläche senkrecht unter den Achsenpuncten O und o angenommen, auch mit allen Eckpuncten der Figur eben so verfahren worden ist, werden letztere zu beiden Seiten von f und g Fig. 208. aufgetragen, und zwar hier TD, TC Fig. 206. von f bis m und n Fig. 208. und td, tc Fig. 207. von g bis p und q Fig. 208. Werden ferner die Puncte mp und nq durch Linien mit einander verbunden, so giebt mpqn die Seitenansicht der schief stehenden abgekürzten Pyramide, deren Ansicht Fig. 209. darstellt.

Bei einer Pyramide oder einem Kegel findet eine gleiche Verfahrungart statt.

Beispiel. Bei einem Kegel, welcher 13 Cubikzoll Inhalt erhalten soll und dessen Grundfläche adbe Fig. 210. ist, sei fe Fig. 211. die Linie, durch welche die Neigung des Kegels gegen seine Grundfläche hl bestimmt wird.

Die Höhe des Kegels wird nach Aufgabe XXII. Taf. IX. Fig. 143. 144. 145. 146. 147. 148. ausgemittelt, diese ik Fig. 148. auf eine senkrecht auf hl Fig. 211. stehende Linie k'z von k' bis i' getragen und durch i' eine Linie i's parallel mit hl gezogen, welche die schiefe Linie fe in g schneidet. Nun wird fa' und fb' gleich lang mit dem Halbmesser ac Fig. 210. der Grundfläche gemacht, a' und b' mit g durch Linien verbunden und dadurch die Seitenansicht a'gb' des schief stehenden Kegels Taf. XIII. Fig. 212. erhalten.

Dritte Abtheilung.

Der körperliche Inhalt und die Höhe eines Gefäßes sind gegeben; es soll zu demselben die Grundfläche nach einer vorgeschriebenen Figur ausgemittelt werden.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird erhalten, wenn der körperliche Inhalt, den das Gefäß bekommen soll, durch die gegebene Höhe dividirt wird. Aus dem Flächeninhalte der Grundfläche, welchen der durch obige Division erhaltene Quotient angiebt, wird dann die Seitenlinie zu einem Quadrate gesucht, welches gleichen Flächeninhalt mit derselben hat, und dieses Quadrat selbst in die Figur verwandelt, welche die Grundfläche erhalten soll.

Die nachfolgenden Aufgaben enthalten Anweisungen, wie dabei in den verschiedenen Fällen zu verfahren ist.

Aufgabe XXX.

Die Grundfläche zu einem Würfel zu finden.

Auflösung.

Die gegebene Höhe des Würfels giebt zugleich auch die Länge einer Seitenlinie der quadratischen Grundfläche an.

Aufgabe XXXI.

Das Gefäß, zu welchem der körperliche Inhalt und die Höhe gegeben sind, soll die Form eines viereckigen Prisma, dessen Grundfläche ein Quadrat ist, erhalten.

Auflösung.

Der körperliche Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, wird durch die gegebene Höhe dividirt und aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen, welche dann die Seitenlinie zu dem gesuchten Quadrate der Grundfläche giebt.

Beispiel. Es sei der körperliche Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, 9 Cubikzoll und die gegebene Höhe he Taf. XIV. Fig. 213.

Auf eine Linie ZY Fig. 214. wird von R bis S die Anzahl der als körperlichen Inhalt gegebenen Cubikzolle in Längenzollen, hier 9 Zoll, auf ST aber die gegebene Höhe he Fig. 213. des Gefäßes getragen und nach Aufgabe IV. WX Fig. 214. gesucht. Dann wird DE Fig 215. gleich lang mit WX Fig. 214., FD Fig. 215. aber 1 Zoll lang gemacht und DK nach Aufgabe VII. ausgemittelt. DK ist dann die Seitenlinie zu einem Quadrate abcd Fig. 216., welches die verlangte Grundfläche bildet.

Eine der vier gleich großen Seitenflächen des Gefäßes kann aufgezeichnet werden, wenn lk Fig. 217. gleiche Länge mit dc Fig. 216. erhält, über lk Fig. 217. senkrechte Linien cl ki errichtet, diese gleich lang mit der gegebenen Höhe eh Fig. 213. gemacht und die Puncte hi durch eine Linie mit einander verbunden werden. Die Ansicht des Gefäßes stellt Fig. 218. dar.

Zusatz.

Wenn der körperliche Inhalt des Gefäßes eine bedeutende Größe erhalten soll, so wird es zuweilen bei der Division desselben durch die gegebene Höhe erforderlich, der Linie RS Fig. 214. eine solche Länge geben zu müssen, daß die Zeichenfläche dazu nicht ausreichend ist. Um dieß zu vermeiden, kann nach Aufgabe VII. Zusatz 3. oder 4. die Quadratwurzel aus der Anzahl Cubikzolle des körperlichen Inhalts und aus der gegebenen

Höhe gesucht und erstere durch letztere dividirt werden, wodurch ebenfalls die Seitenlinie eines Quadrates erhalten wird, welches die gesuchte Grundfläche des Gefäßes bildet.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Gefäßes sei 72 Cubikzoll und he Figur 219. als Höhe desselben gegeben.

Die Quadratwurzel von 72 Cubikzoll wird nach Aufgabe VII. Zusatz 3. oder 4. mittels Fig. 220. in AS und die Quadratwurzel aus der Höhe he Fig. 219. mittels Fig. 221. in DK gefunden. Nun wird die Länge AS Fig. 220. von R bis S Fig. 222. und DK Fig. 221. von S bis T Fig. 222. gesetzt und WX nach Aufgabe IV. gesucht. Wird nun ein Quadrat abcd Fig. 223. construirt, welches zur Seitenlinie WX Fig. 222. hat, so giebt dieses die gesuchte Grundfläche des Gefäßes, von dem desg Fig. 224. eine Seitenfläche und Fig. 225. die Ansicht ist.

Anmerkung. Dieses Verfahren kann auch bei anderen Aufgaben angewendet werden, auch ist noch zu bemerken, daß, wenn, wie z. B. bei der folgenden Aufgabe, nöthig wird, zugleich auch den Flächeninhalt des Quadrates der Grundfläche auszumitteln ist, dieser mittels Aufgabe VI. erhalten werden kann, wenn LM Fig. 11. gleich lang mit WX Fig. 222. gemacht, übrigens aber nach Anweisung gedachter Aufgabe verfahren wird.

Aufgabe XXXII.

Die Grundfläche des Gefäßes soll ein längliches Rechteck bilden, zu welchem eine Seite gegeben ist.

Auflösung.

Die Grundfläche wird erhalten, wenn der körperliche Inhalt durch die Höhe dividirt wird, und die andere Seite des länglichen Rechteckes wird aufgefunden, wenn man die Grundfläche durch die gegebene Seite dividirt.

Beispiel. Der gegebene körperliche Inhalt sei 11 Cubikzoll, die Höhe he Taf. XIV. Fig. 226. und die eine Seite des länglichen Rechteckes ik Fig. 227.

Von R bis S Fig. 228. werden so viele Längenzolle getragen, als das Gefäß Cubikzolle enthalten soll, daher hier

11 Zoll, ST wird aber gleich lang mit he Fig. 226. gemacht und WX Fig. 228. nach Aufgabe IV. gesucht. Hierauf wird die Länge WX von R′ bis S′ Fig. 229. und die gegebene Seite ik Fig. 227. von S′ bis T′ Fig. 229. gesetzt; ferner W′X′ nach Aufgabe IV. ausgemittelt, welches die gesuchte Länge der anderen Seite ist. Wird nun gf Fig. 230. gleich lang mit der gegebenen Seite ik Fig. 227. gemacht, werden ferner aus den Puncten gf Fig. 230. senkrechte Linien gd, fe von gleicher Länge mit W′X′ Fig. 229. errichtet, und wird von d bis e eine Linie gezogen, so ist defg die gesuchte Grundfläche des Gefäßes, dessen Seitenflächen lmno Fig. 231. und pqrs Taf. XV. Fig. 232. sind, und von dem Fig. 233. die Ansicht darstellt.

Aufgabe XXXIII.

Das Gefäß soll ein längliches Rechteck zur Grundfläche erhalten, zu welcher das Verhältniß der Seiten gegeben ist.

Auflösung.

Wenn der körperliche Inhalt, welchen das Gefäß erhalten soll, durch die gegebene Höhe dividirt wird, so giebt der Quotient den Flächeninhalt der Grundfläche, und die Seitenlinie zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit derselben hat, wird gefunden, wenn aus diesem Flächeninhalte die Quadratwurzel gezogen wird. Wird nun die größere Verhältnißzahl der Seiten durch die kleinere dividirt, aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen, und diese mit der Seitenlinie des obigen Quadrates multiplicirt, so giebt das Product die längere Seite des länglichen Rechteckes der Grundfläche. Die kleinere Verhältnißzahl der Seiten durch die größere dividirt, aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen, und diese mit der Seitenlinie des Quadrates multiplicirt, ist aber die kleinere Seitenlinie des länglichen Rechteckes der Grundfläche.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Gefäßes sei 10 Cubikzoll, die Höhe he Taf. XV. Fig. 234. und das Verhältniß der Seiten wie drei zu zwei.

Die Anzahl der Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, wird nach Längenzollen von R bis S Fig. 235., daher hier

10 Zoll, die gegebene Höhe hc Fig. 234. aber von S bis T Fig. 235. getragen und nach Aufgabe IV. WX gesucht. Die Länge WX wird dann von D bis E Fig. 236. gesetzt und nach Aufgabe VII. DK ausgemittelt. Ferner ist R'S' Fig. 237. mit der größeren Verhältnißzahl der Seiten, hier z. B. mit 3 Zoll, und S'T' mit der kleineren Verhältnißzahl der Seiten, hier nämlich mit 2 Zoll, gleich lang zu machen, W'X' nach Aufgabe IV. zu suchen und die Länge W'X', von D' bis E' Fig. 238. zu tragen, dann aber D'K' nach Aufgabe VII. aufzufinden. Hierauf wird EF Fig. 239. gleich D'K' Fig. 238. und FG Fig. 239. gleich DK Fig. 236. gemacht, FH Fig 239. aber nach Aufgabe III. gesucht, endlich FH auf LM Fig. 240. gesetzt und NQ nach eben dieser Aufgabe als größere Seitenlinie des länglichen Rechteckes, welches die Grundfläche bilden soll, ausgemittelt. Eben so wird bei Auffindung der kleineren Seite des Rechteckes verfahren, nur mit dem Unterschiede, daß die kleinere Verhältnißzahl der Seiten, nämlich 2 Zoll, von R^2 bis S^2 Fig. 241., dagegen die größere, nämlich 3 Zoll, von S^2 bis T^2 gesetzt, und dadurch nach Aufgabe IV. W^2X^2 erhalten wird. W^2X^2, von D^2 bis E^2 Fig. 242. getragen, giebt, wenn nach Aufgabe VII. verfahren wird, D^2K^2, ferner F'G' Fig. 243., mit D^2K^2 Fig. 242. und E'F', mit DK Fig. 236. gleich lang gemacht, giebt, wenn nach Aufgabe III. verfahren wird, F'H' Fig. 243., so wie auch ferner, wenn L'M' Fig. 244. gleich lang mit F'H' Fig. 243. gemacht wird, N'Q' Fig. 244., als die kleinere Seitenlinie des länglichen Rechteckes, erhalten werden kann. Wird nun von m bis l Fig. 245 die aufgefundene längere Seitenlinie NQ Fig. 240 aufgetragen, und werden aus den Puncten m, l senkrechte Linien mi, lk Fig. 245. von gleicher Länge mit der durch N'Q' Fig. 244. bestimmten Länge der kleineren Seitenlinie errichtet, endlich die Puncte ik durch eine Linie mit einander verbunden, so entsteht das längliche Rechteck iklm als gesuchte Grundfläche des Gefäßes, bei welcher sich die Seiten wie 3 und 2 zu einander verhalten.

Die Seitenflächen des Gefäßes sind in nopq Fig. 246., rstu Fig. 247. und die Ansicht des Gefäßes ist in Fig. 248. dargestellt.

Aufgabe XXXIV.

Die Grundfläche des Gefäßes soll eine gleichseitige Raute sein, deren spitze Winkel einen halben rechten Winkel, oder einen Winkel von 45 Grad bilden.

Auflösung.

Mittels der Division des körperlichen Inhalts vom Gefäße durch die Höhe desselben wird der Flächeninhalt der Grundfläche erhalten und aus demselben die Seitenlinie eines Quadrates gesucht, welches mit der Grundfläche gleichen Flächeninhalt hat. Die mittlere Proportionallinie aus der Diagonale und einer Seitenlinie dieses Quadrates giebt eine Seitenlinie der als Grundfläche gesuchten gleichseitigen Raute, welche nach erfolgter Auftragung des gegebenen Winkels dann leicht aufgezeichnet werden kann.

Beispiel. Es sei als körperlicher Inhalt des Gefäßes 12 Cubikzoll und als Höhe desselben he Taf. XV. Fig. 249. gegeben.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird ausgemittelt, wenn die Anzahl der Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, von R bis S Fig. 250. in Längenzollen, hier 12 Zoll, seine Höhe he Fig. 249. aber von S bis T gesetzt und WX Fig. 250 nach Aufgabe IV. gesucht wird. Die Länge WX wird von D bis E Fig. 251. getragen und DK nach Aufgabe VII. ausgemittelt, dc Fig. 252 aber gleich lang mit DK Fig. 251. gemacht und über dc Fig. 252. das Quadrat abcd construirt, auch die Diagonale db gezogen. Letztere wird dann von E bis F Fig. 253., dc Fig. 252. aber von F bis G Fig. 253. gesetzt, und FH nach Aufgabe V. gesucht, welche Länge eine Seitenlinie zu der gesuchten gleichseitigen Raute ist. Nun wird ein halber rechter Winkel, oder ein Winkel von 45 Grad in vmw Figur 254. aufgetragen, auf dessen Schenkel die Länge FH Fig. 253. von m bis i und von m bis l gesetzt, und aus i und l werden mit eben dieser Länge die Bogen rs und tu beschrieben, endlich der Durchschnittspunct k derselben mit i und l durch Linien verbunden, wo dann mikl, als die gesuchte Grundfläche des Gefäßes, den Bedingungen gemäß erhalten wird.

Eine von den vier gleich großen Seitenflächen wird gebildet, wenn qp Fig. 255. gleiche Länge mit einer Seitenlinie der Raute Fig. 254. gegeben, die aus q und p Fig. 255. errichteten senkrechten Linien gleiche Länge mit der Höhe he Fig. 249. erhalten und die Puncte no Fig. 255. durch eine Linie verbunden werden. Die Ansicht des Gefäßes stellt Fig. 256. dar.

Aufgabe XXXV.

Die Grundfläche des Gefäßes soll eine gleichseitige Raute bilden, zu welcher ein spitzer Winkel gegeben ist.

Auflösung.

Die Seitenlinie zu einer gleichseitigen Raute, deren spitze Winkel einem halben rechten Winkel oder einem Winkel von 45 Graden gleich sind, wird nach Anweisung der vorhergehenden Aufgabe gesucht und sowohl auf den Schenkel eines Winkels von 45 Graden als auch auf den Schenkel des gegebenen Winkels getragen. Dann werden von den dadurch erhaltenen Puncten senkrechte Linien auf die anderen Schenkel gezogen und zu beiden dadurch erzeugten Linien die mittlere Proportionallinie ausgemittelt, welche die Länge einer Seitenlinie der gesuchten Grundfläche ist.

Beispiel. Es sei als körperlicher Inhalt des Gefäßes 12 Cubikzoll und als Höhe desselben he Taf. XVI. Fig. 257. gegeben, der spitze Winkel der gleichseitigen Raute, welche die Grundfläche bilden soll, sei aber vuw Fig. 258.

Da der gegebene körperliche Inhalt und die Höhe mit den Bestimmungen in der vorhergehenden Aufgabe gleich angenommen worden ist, so wird mi Taf. XV. Fig. 254. als die Seitenlinie einer Raute, deren spitzer Winkel 45 Grad beträgt, gefunden. Diese Länge wird auf den einen Schenkel eines Winkels von 45 Graden von m bis i Taf. XVI. Fig. 259. gesetzt und aus i eine Linie iy senkrecht auf den andern Schenkel ml gezogen, ferner der Winkel v′m′w′ Fig. 260. dem gegebenen Winkel uvw Fig. 258. gleich gemacht und die Länge mi Fig. 259. auf den Schenkel m′v′ Fig. 260. desselben von m′ bis x getragen, so wie auch aus x eine senkrechte Linie xx′ auf den andern Schen-

kel m′w′ gezogen. Nun wird EF Fig. 261. gleich lang mit iy Fig. 259. und FG Fig. 261. gleich lang mit xx′ Fig. 260. gemacht und hierauf FH Fig. 261. nach Aufgabe V. ausgemittelt. Die Länge FH wird dann von x′ bis z Fig. 260. gesetzt, und durch z eine Parallele zf mit m′w′ gezogen, welche m′v′ in i′ schneidet. m′i′ ist die gesuchte Seitenlinie der Grundfläche, und wenn m′l′ gleich lang mit m′i′ gemacht wird, so kann die Raute m′i′k′l′ eben so, wie in der vorhergehenden Aufgabe construirt und dadurch die gesuchte Grundfläche erhalten werden.

Eine Seitenfläche des Gefäßes ist in nopq Fig. 262. und dessen Ansicht Fig. 263. dargestellt.

Aufgabe XXXVI.

Die Grundfläche des Gefäßes soll eine längliche Raute sein, zu welcher eine Seitenlinie und ein spitzer Winkel gegeben ist.

Auflösung.

Nachdem der Flächeninhalt der Grundfläche mittels der Division des körperlichen Inhaltes durch die Höhe erhalten worden ist, wird auf den einen Schenkel des gegebenen Winkels die ebenfalls gegebene Länge einer Seitenlinie gesetzt, dann über derselben eine senkrechte Linie errichtet und auf diese der Quotient getragen, der erhalten wird, wenn der Flächeninhalt der Grundfläche durch die Länge der gegebenen Seitenlinie dividirt wird. Wenn durch den dadurch ausgemittelten Punct eine Parallellinie mit dem Schenkel, auf welchen die gegebene Seitenlinie getragen wurde, gezogen wird, so schneidet diese den andern Schenkel, wodurch zugleich die Länge der anderen Seitenlinie bestimmt wird.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Gefäßes sei $7\frac{1}{2}$ Cubikzoll, als Höhe desselben he Taf. XVI. Fig. 264. und als spitzer Winkel der länglichen Raute der Winkel vuw Fig. 265, ferner als Länge einer Seitenlinie ab Fig. 266. gegeben.

Von R bis S Fig. 267. werden so viele Längenzolle, als der körperliche Inhalt Cubikzolle enthält, gesetzt, ST aber gleich lang mit he Fig 264. gemacht und WX nach Aufgabe IV. ge-

sucht. Dann wird die Länge WX von R' bis S' Fig. 268. getragen, S'T' gleiche Länge mit ab Fig. 266. gegeben und W'X' nach Aufgabe IV. ausgemittelt. Ferner wird fg Fig. 269. gleich lang mit ab Fig. 266., als der gegebenen Seite, gemacht, an den Punct f der gegebene Winkel uvw Fig. 265. in kfg Fig. 269. getragen und fl senkrecht auf fg gezogen, so wie auch fm gleich lang mit W'X' Fig. 268. gemacht. Wird nun durch den Punct m, mn parallel mit fg gezogen, so durchschneidet diese Linie den Schenkel fk in i, und fi ist die gesuchte andere Seitenlinie der Raute. Die längliche Raute, welche die Grundfläche bildet, wird aber erhalten, wenn ih gleich lang mit fg gemacht und hg durch eine Linie verbunden wird.

Die Seitenflächen des Gefäßes über fi und gh stellt opqr Fig. 270. und die über ih und fg Fig. 269., stxy Fig. 271., ferner die Ansicht des Gefäßes Fig. 272. dar.

Aufgabe XXXVII.

Die Grundfläche des Gefäßes als rechtwinkeliges Dreieck, wenn die Länge der den rechten Winkel einschließenden Seiten willkürlich ist.

Auflösung.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird ausgemittelt, wenn der körperliche Inhalt durch die Höhe dividirt wird. Aus dem gefundenen Flächeninhalte wird dann die Quadratwurzel gezogen und der Schenkel eines rechten Winkels mit dieser gleich lang, der andere Schenkel aber doppelt so lang, als dieselbe ist, gemacht.

Beispiel. Wenn als körperlicher Inhalt $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll und als Höhe he Taf. XVI. Fig. 273. gegeben ist, so werden von R bis S Fig. 274. so viele Längenzolle gesetzt, als der gegebene körperliche Inhalt Cubikzolle enthält, hier nämlich $8\frac{7}{8}$ Zoll, ST wird aber gleich lang mit der Höhe he Fig. 273. gemacht und WX Fig. 274. nach Aufgabe IV. gesucht. Dann wird WX auf DE Fig. 275 getragen und DK erhalten, wenn man nach Aufgabe VII. verfährt. Wird nun der Schenkel kd Fig. 276 eines rechten Winkels kdl bei ad gleich lang mit DK Fig. 275. gemacht, und auf den andern Schenkel dl Fig. 276.

die Länge DK Fig. 275. zweimal, nämlich von d bis f und von f bis c Fig. 276., aufgetragen, werden ferner die Puncte ca durch eine Linie verbunden, so ist adc die gesuchte Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, welches den erforderlichen Flächeninhalt hat.

Die Seitenfläche über ad stellt glik Fig. 277., die über dc Fig. 276., lmno Fig. 278. und die über ac Fig. 276., pqrs Fig. 279., so wie auch die Ansicht des Gefäßes Fig. 280. dar.

Aufgabe XXXVIII.

Die Grundfläche des Gefäßes soll ein rechtwinkeliges Dreieck bilden, zu dem die Länge einer Seite, welche den rechten Winkel einschließt, gegeben ist.

Auflösung.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird, wie in der vorhergehenden Aufgabe, gesucht und dieser durch die gegebene Seite dividirt, dann der Quotient auf den einen Schenkel des rechten Winkels zweimal gesetzt, der andere aber mit der gegebenen Seite gleich lang gemacht.

Beispiel. Es sei, wie in der vorhergehenden Aufgabe als körperlicher Inhalt $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll, als Höhe he Taf. XVI. Fig. 273. und als Seite gi Fig. 281. gegeben.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird mittels Fig. 274. durch WX in Längenzollen ausgedrückt erhalten, dann R'S' Fig. 283, WX Fig. 274., S'T' Fig. 283. aber gi Fig. 281. gleich gemacht und W'X' Fig. 283. nach Aufgabe IV. gesucht. Hierauf wird auf den Schenkel kd des rechten Winkels kdl Fig. 282. die gegebene Seite gi Fig. 281. getragen und auf den andern Schenkel dl Fig. 282. W'X' Fig. 283. zweimal, nämlich von d bis f und von f bis c Fig. 282., gesetzt, ca aber durch eine Linie verbunden, wodurch die Grundfläche adc des Gefäßes in der Figur des verlangten rechtwinkeligen Dreieckes gebildet wird.

Die Seitenfläche des Taf. XVII. Fig. 287. in der Ansicht abgebildeten Gefäßes ist über ad Taf. XVI. Fig. 282., mnop

Fig. 284., über cd Fig. 282., qrst Taf. XVII. Fig. 285. und über ac Fig. 282., uvwx Fig. 286. dargestellt.

Aufgabe XXXIX.

Die Grundfläche des Gefäßes als rechtwinkeliges Dreieck, bei dem die den rechten Winkel einschließenden Seiten gleiche Länge erhalten sollen.

Auflösung.

Durch die in Aufgabe XXXVII. angegebene Verfahrungart wird sowohl die Größe der Grundfläche, als auch die Seite zu einem Quadrate gesucht, welches gleich großen Flächeninhalt mit der Grundfläche hat. Ferner wird aus der Länge der Seite des gedachten Quadrates und der doppelten Länge derselben die mittlere Proportionalzahl gesucht und diese auf die Schenkel des rechten Winkels getragen.

Beispiel. Wenn der körperliche Inhalt wieder zu $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll angenommen wird und als Höhe he Taf. XVI. Fig. 273. gegeben ist, so wird WX Fig. 274. und DK Fig. 275. nach Aufgabe XXXVII. gesucht, dann auf EF Taf. XVII. Fig. 288. DK Fig. 275. und auf FG Fig. 288., DK Fig. 275. zweimal gesetzt, und FH nach Aufgabe V. gesucht. Werden nun die Schenkel kd und dl eines rechten Winkels kdl Fig. 289. in ad und dc gleich lang mit FH Fig. 288. gemacht und die Puncte ca durch eine Linie mit einander verbunden, so ist adc Fig. 289. die gesuchte Grundfläche des Gefäßes nach den gegebenen Bedingungen.

Die Seitenfläche des Gefäßes über ad und dc Fig. 289. ist mnop Fig. 290. und über ac Fig. 289. qrst Fig. 291., Fig. 292. aber die Ansicht des Gefäßes.

Aufgabe XL.

Die Grundfläche des Gefäßes soll ein gleichschenkeliges Dreieck bilden, zu dem die dritte Seite gegeben ist.

Auflösung.

Die Grundfläche des Gefäßes wird wie in Aufgabe XXXVII. gesucht und in dieselbe mit der gegebenen Seite dividirt. Dann wird die gegebene Seite in zwei gleiche Theile getheilt, aus dem Theilungpuncte eine senkrechte Linie errichtet und auf diese der durch obige Division erhaltene Quotient zweimal gesetzt.

Beispiel. Es sei der körperliche Inhalt wieder $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll, die Höhe aber eh Taf. XVI. Fig. 273. und die gegebene Seite gi Taf. XVII. Fig. 293.

Die Grundfläche, in Längenzollen ausgedrückt, wird durch WX Taf. XVI. Fig. 274. erhalten, und wenn R'S' Taf. XVII. Fig. 294. gleich lang mit WX Fig. 274., ferner S'T' Fig. 294. gleich lang mit gi Fig. 293. gemacht wird, so kann W'X' Fig. 294. nach Aufgabe IV. erhalten werden. Dann wird gi Fig. 293. auf eine Linie kl Fig. 295. von a bis b getragen, diese Länge bei d in zwei gleiche Theile getheilt, aus d die senkrechte Linie dm errichtet und W'X' Fig 294. von d bis f, ferner von f bis c Fig. 295. gesetzt. Werden endlich die Puncte ca und cb durch Linien mit einander verbunden, so entsteht das gesuchte gleichschenkelige Dreieck abc als Grundfläche des Gefäßes.

nopq Fig. 296. stellt die Seitenfläche über ab Fig. 295., rstu Fig. 297. die Seitenfläche über ac und cb, Fig. 295. und Fig. 298. die Ansicht des Gefäßes dar.

Aufgabe XLI.

Die Grundfläche des Gefäßes als ein gleichseitiges Dreieck.

Auflösung.

Die Grundfläche des Gefäßes und die Seitenlinie zu einem Quadrate, welches mit derselben gleichen Flächeninhalt hat, wird nach der in Aufgabe XXXVII. enthaltenen Anweisung ausgemittelt, dann ein rechter Winkel lam Taf. XVII. Fig. 299. gezeichnet, ein Schenkel desselben der Seitenlinie des Quadrates gleich gemacht und über dieser Linie ein gleichseitiges Dreieck construirt. Auf den andern Schenkel des rechten Winkels wird aber die Seitenlinie des Quadrats zweimal gesetzt, durch den

dadurch erhaltenen Punct b eine Linie senkrecht auf den Schenkel am des rechten Winkels gezogen und die Seite gf des gleichseitigen Dreiecks verlängert, bis sie erstere Linie in e schneidet. Aus der Länge von diesem Puncte e bis zur Spitze f des gleichseitigen Dreieckes und der Seite fg desselben wird nun die mittlere Proportionallinie fh gesucht, und eine von h bis g gezogene Linie bestimmt dann die Länge einer Seite des als Grundfläche gesuchten gleichseitigen Dreieckes.

Beispiel. Wird der körperliche Inhalt des Gefäßes eben so wie in den vorhergehenden Aufgaben zu $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll und so auch die Höhe he Taf. XVI. Fig. 273. angenommen, so giebt WX Fig. 274. den Flächeninhalt der Grundfläche, in Längenzollen ausgedrückt, und EK Fig. 275. die Seitenlinie zu einem Quadrate an, welches gleich großen Flächeninhalt mit der Grundfläche hat. Nun wird der rechte Winkel mal Taf. XVII. Fig 299. gezeichnet, auf den einen Schenkel al desselben DK Fig. 275. gesetzt, auf den andern Schenkel am Fig. 299. des rechten Winkels aber DK Fig. 275. zweimal, nämlich von a bis d und von d bis b Fig. 299. aufgetragen, dann aus b, bn senkrecht auf am errichtet, über ag das gleichseitige Dreieck afg construirt und dessen Seite gf nach w hin verlängert, welche Verlängerung bn in e schneidet. Wird nun aus ef und gf die mittlere Proportionallinie fh nach Aufgabe V. gusucht und von h bis g eine Linie gezogen, so wird durch diese die Länge einer Seitenlinie des als Grundfläche gesuchten gleichseitigen Dreieckes pqr Fig. 300. bestimmt.

Fig. 301. zeigt eine von den drei einander gleichen Seitenflächen wxyz des Gefäßes, von dem Fig. 302. die Ansicht ist.

Aufgabe XLII.

Die Grundfläche des Gefäßes soll ein ungleichseitiges, spitzwinkeliges Dreieck sein, zu welchem eine Seite und ein spitzer Winkel gegeben ist.

Auflösung.

Nachdem der Flächeninhalt der Grundfläche wieder nach Anweisung der Aufgabe XXXVII. gesucht worden ist, wird der

gegebene Winkel an eine Linie, welche gleich lang mit der gegebenen Seite gemacht worden ist, getragen, und an der anderen Seite derselben eine senkrechte Linie errichtet, auf welche der Quotient aus der Grundfläche, dividirt durch die gegebene Seite, zweimal gesetzt wird. Durch den dadurch erhaltenen Punct wird mit dem Schenkel des Winkels, auf welchen die gegebene Seite getragen worden ist, eine Linie parallel gezogen, die den andern Schenkel durchschneidet. Der Durchschnittspunct ist dann die Spitze des als Grundfläche gesuchten ungleichseitigen spitzwinkeligen Dreieckes.

Beispiel. Es sei der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes wieder, wie in den vorhergehenden Aufgaben, $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll und die Höhe desselben he Taf. XVI. Fig. 273., Tafel XVII. Fig. 303. aber, als eine Seite des Dreieckes und dcf Fig. 304. als ein spitzer Winkel desselben gegeben.

Der Flächeninhalt der Grundfläche, in Längenzollen ausgedrückt, ist dann WX Taf. XVI. Fig. 274., welcher R′S′ Taf. XVII. Fig. 305. gleich gemacht und S′ bis T′ die gegebene Seitenlinie ab Fig. 303. aufgetragen wird, um W′X′ Fig. 305. nach Aufgabe IV. zu erhalten. Nun wird der Winkel rip Fig. 306. dem gegebenen Winkel dcf Fig. 304. gleich gemacht, auf einen Schenkel desselben die gegebene Seite ab Fig. 303. von i bis k Fig. 306. aufgetragen, und aus k eine senkrechte Linie kl errichtet, auf welche W′X′ Fig. 305. zweimal, nämlich von k bis m und von m bis n Fig. 306., gesetzt wird. Wenn nun aus n die Linie no parallel mit ik gezogen wird, so durchschneidet diese den Schenkel ip in q; wird endlich q mit k durch eine Linie verbunden, so bildet das Dreieck iqk die gesuchte Grundfläche des Taf. XVIII. Fig. 310. in der Ansicht dargestellten Gefäßes, von dem stuv Taf. XVII. Fig. 307. die Seitenfläche über ik Fig. 306, wxyz Fig. 308. die Seitenfläche über iq Fig. 306. und a′b′c′d′ Fig. 309. die Seitenfläche über qk Fig. 306. ist.

Aufgabe XLIII.

Die Grundfläche des Gefäßes als ungleichseitiges, stumpfwinkeliges Dreieck, zu welchem eine Seite und der stumpfe Winkel gegeben ist.

Auflösung.

Die gesuchte Grundfläche des Gefäßes wird durch eine gleiche Verfahrungart, wie in der vorhergehenden Aufgabe, aufgefunden.

Beispiel. Es sei der körperliche Inhalt des Gefäßes abermal $8\frac{7}{8}$ Cubikzoll und als Höhe desselben eh Taf. XVI. Fig. 237., als eine Seite des Dreieckes aber ab Taf. XVIII. Fig. 311. und als stumpfer Winkel dcf Fig. 312. gegeben.

Der Flächeninhalt der Grundfläche, in Längenzollen ausgedrückt, ist WX Taf. XVI. Fig. 274 und der Quotient, wenn dieselbe durch die gegebene Seite ab Fig. 311. dividirt wird, W'X' Taf. XVII. Fig. 305. Taf. XVIII. Fig. 313. zeigt die Construction zu Auffindung der gesuchten Grundfläche qik, wobei eben so wie in Fig. 306. verfahren wird, nur mit dem Unterschiede, daß der Winkel qik Fig. 313. dem Winkel dcf Fig. 312. gleich gemacht wird.

Die Seitenfläche über ik Fig. 313. ist stuw Fig. 314., über iq Fig. 313., wxyz Fig. 315., über qk Fig. 313. a'b'c'd' Fig. 316. und Fig. 317. die Ansicht des Gefäßes.

Aufgabe XLIV.

Die Grundfläche des Gefäßes soll ein reguläres Vieleck bilden.

Auflösung.

Aus dem körperlichen Inhalte und der Höhe des Gefäßes wird mittels der Division des ersteren durch letztere die Größe der Grundfläche gesucht, und diese wieder durch die Anzahl Seiten dividirt, wodurch man den Flächeninhalt eines Dreieckes, wie z. B. Ick Taf. XVIII. Fig. 322. im Vielecke erhält, aus welchem ferner die Quadratwurzel zu ziehen ist. Hierauf wird ein Kreis beschrieben, der am beßten etwas größer angenommen werden kann, als wahrscheinlich der Kreis ausfallen wird, in welchen sich die gesuchte Grundfläche eintragen läßt. Die Peripherie dieses Kreises wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Vieleck Seiten erhalten soll, und vom Mittelpuncte des Kreises werden nach zweien von diesen Theilungpuncten Linien Ci, Ck gezogen, auch die Theilungpuncte i, k durch eine Linie

verbunden und diese bei o in zwei gleiche Theile getheilt, ferner von dem dadurch erhaltenen Puncte o eine Linie bis zum Mittelpuncte C gezogen. Nun ist die Seitenlinie zu einem Quadrate zu suchen, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem Dreiecke iCk hat. Diese Seitenlinie wird erhalten, wenn man io mit co multiplicirt und aus dem Producte die Quadratwurzel zieht. Wird nun die Quadratwurzel aus dem so vielten Theile der Grundfläche, als das Vieleck Seiten hat, mit dem Halbmesser Ci = Ck multiplicirt und durch die Quadratwurzel aus dem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem iCk hat, dividirt, so giebt der Quotient den Halbmesser CI zu einem Kreise, in welchem sich eine Seite der gesuchten Grundfläche so vielmal herumtragen läßt, als das Vieleck Seitenlinien hat.

Beispiel. Es soll die Grundfläche zu einem Gefäße in der Form eines regulären Fünfeckes gesucht werden, welches 15 Cubikzoll körperlichen Inhalt und die Höhe he Taf. XVIII. Fig. 318. erhalten soll.

Der gegebene körperliche Inhalt, in Längenzollen ausgedrückt, hier 15 Zoll, wird von R bis S Fig. 319. die gegebene Höhe he Fig. 318. aber von S bis T Fig. 319. gesetzt und WX nach Aufgabe IV. gesucht. Dann wird R'S' Fig. 320. gleich lang mit WX Fig. 319. gemacht, von T' bis S' Fig. 320. werden aber so viele Zolle gesetzt, als das Vieleck Seiten erhalten soll, mithin hier 5 Zoll, und hierauf wird W'X' ausgemittelt, ferner wird auf AB Fig. 321., W'X' Fig. 320. von D bis E getragen und DK nach Aufgabe VII. aufgefunden. Nun wird der Kreis iklmn Fig. 322. mit einem willkürlichen, doch nicht zu kleinen Halbmesser beschrieben, dessen Peripherie in so viele gleiche Theile getheilt, als die Grundfläche Seiten erhalten soll, daher hier in fünf gleiche Theile, und zwei dieser Theilungpuncte i, k werden mit dem Mittelpuncte C durch Linien verbunden; so wird auch die Linie ik gezogen, diese bei o in zwei gleiche Theile getheilt und Co gezogen. Nach diesen Vorbereitungen wird der Flächeninhalt von dem Dreiecke iCk ausgemittelt, indem EF Fig. 323. gleich lang mit Co Fig. 322., FG Fig. 323. aber mit io Fig. 322. gleich lang gemacht und FH Fig. 323. nach Aufgabe III. gesucht, dann LM Fig. 324.

gleiche Länge mit FH Fig. 323. gegeben und NQ Fig. 324. nach eben dieser Aufgabe aufgefunden wird. Nun ist die Seitenlinie zu einem Quadrat auszumitteln, welches mit dem Dreiecke iCk gleich großen Flächeninhalt hat, welche man erhält, wenn NQ auf A'B' Fig. 325. von D' bis E' gesetzt und D'K' nach Aufgabe VII. gesucht wird. Ferner ist E'F' Fig. 326. gleiche Länge mit DK Fig. 321. und F'G' Fig. 326. gleiche Länge mit Ci Fig. 322. zu geben, F'H' Fig. 326. nach Aufgabe III. auszumitteln, diese Länge von L' bis M' Fig. 327. zu setzen und N'Q' aufzufinden. Endlich wird R^2S^2 Fig. 328. gleich lang mit N'Q' Fig. 327., S^2T^2 Fig. 328. aber mit D'K' Fig. 325. gleich lang gemacht und W^2X^2 Fig. 328. nach Aufgabe IV. gesucht, welche Länge den Halbmesser zu einem Kreise giebt, in welchen das verlangte Fünfeck eingezeichnet werden kann. Wird daher W^2X^2 von C bis I Fig. 322. gesetzt und mit diesem Halbmesser ein Kreis beschrieben, werden ferner von dem Mittelpuncte C nach den auf der Peripherie des äußern Kreises bereits befindlichen Theilungpuncten außer den bereits vorhandenen Halbmessern Ci, Ck noch die Halbmesser Cl, Cm, Cn gezogen, so werden diese von dem mit dem Halbmesser CI beschriebenen Kreise in IKLMN durchschnitten, und verbindet man diese Durchschnittspuncte durch Linien mit einander, so entsteht das reguläre Fünfeck IKLMN als gesuchte Grundfläche des Gefäßes.

Das längliche Rechteck pqrs Fig. 329., in welchem pq = sr gleiche Länge mit einer Seite der Grundfläche und ps = qr gleiche Länge mit der gegebenen Höhe hat, giebt eine Seitenfläche des Gefäßes, und Fig. 330 ist die Ansicht desselben.

Diese Verfahrungart ist bei allen regulären Vielecken zu Auffindung der Grundfläche eines Gefäßes bei gegebenem körperlichen Inhalte und der Höhe anwendbar, wenn die Peripherie des Kreises iklmn Fig. 322. in so viele Theile getheilt wird, als das Vieleck Seiten erhalten soll.

Zusatz.

Da die Eintheilung der Peripherie, besonders bei einer ungleichen Anzahl der Seiten eines Vieleckes durch Constructionen erleichtert werden kann, so wird es nicht überflüssig sein, eine Anweisung zu Ausführung derselben beizufügen.

Fünfeck.

In den Kreis, in welchen das Fünfeck eingezeichnet werden soll, werden zwei sich rechtwinkelig schneidende Durchmesser ab, de Taf. XIX. Fig. 331. gezogen und der Halbmesser cb wird bei k in zwei gleiche Theile getheilt, ferner aus k mit dem Halbmesser kd der Bogen dlq beschrieben. Werden die Puncte q, d durch eine Linie verbunden, so ist diese die gesuchte Seitenlinie des regulären Fünfeckes. Wird nun die Länge dq auf der Peripherie in difgh herumgetragen, und werden diese Puncte durch Linien mit einander verbunden, so entsteht das reguläre Fünfeck difgh.

Sechseck.

Der Halbmesser ca Fig. 332. des Kreises, in welchen das Sechseck eingezeichnet werden soll, wird sechsmal auf der Peripherie in abdefg herumgetragen, und je zwei dieser Puncte werden durch eine Linie verbunden.

Siebeneck.

Durch den Mittelpunct c Fig. 333. des Kreises wird der Halbmesser cm gezogen, mit demselben aus m der Bogen acb beschrieben, und die Puncte a, b, wo der Bogen die Peripherie schneidet, werden durch eine Linie verbunden. ad = bd giebt dann die gesuchte Seitenlinie des regulären Siebeneckes, welche auf der Peripherie in efghikl herumgetragen wird, worauf diese Puncte durch Linien verbunden werden.

Achteck.

Es werden die einander sich rechtwinkelig schneidenden Durchmesser ab, de Fig. 334. des Kreises gezogen, dann mit willkürlichen, jedoch gleich großen Halbmessern aus a und d, d und b, b und e, e und a die Bogen kl, mn; op, qr; st, uv; wx, yz beschrieben und durch die Durchschnittspuncte a′, b′, c′, d′ dieser Bogen die Linien a′c′, b′d′ gezogen, welche die Peripherie in fghi schneiden. Durch diese Puncte, nebst den Puncten adbe wird die Peripherie in acht gleiche Theile getheilt. Das reguläre Achteck afdgbhei wird dann gebildet, wenn diese Puncte durch Linien verbunden werden.

Neuneck.

Es werden wieder zwei sich rechtwinkelig schneidende Durchmesser ab, de Fig. 335. des Kreises gezogen, aus a wird mit dem Halbmesser ad der Bogen dpq, und aus b mit dem Halbmesser bc der Bogen crt beschrieben. Wird nun von dem Durchschnittspuncte s dieser Bogen eine Linie bis q gezogen, so giebt diese Linie die Seitenlinie eines Neunecke s. Trägt man die Länge dieser Seitenlinie sq auf der Peripherie in dgfnmlkih herum und verbindet man diese Puncte durch Linien, so erhält man ein reguläres Neuneck.

Zehneck.

Die Construction desselben ist der des Fünfeckes Fig. 331. durchgängig gleich, nur daß qc Fig. 336. dann die Seitenlinie des Zehneckes giebt, welche auf der Peripherie herumgetragen und nach erfolgter Verbindung der Theilungpuncte durch Linien das reguläre Zehneck dlkihegfnm bilden.

Elfeck.

Nachdem zwei sich rechtwinkelig schneidende Durchmesser ab, de Fig. 337. gezogen worden sind, wird aus b mit dem Halbmesser bc der Bogen qcr, aus q aber mit dem Halbmesser qc der Bogen osc beschrieben. Ferner werden die Puncte qr durch eine Linie verbunden, welche cb in t durchschneidet. Von t bis o wird eine Linie gezogen, welche den Bogen qcr bei u schneidet. ut ist dann die gesuchte Seitenlinie des regulären Elfeckes, welches in dnmlkihgfpo erhalten wird, wenn man ut auf der Peripherie herumträgt und die Theilungpuncte durch Linien verbindet.

Zwölfeck.

Der Kreis wird durch zwei sich rechtwinkelig schneidende Durchmesser ab, de Fig. 338. in vier gleiche Theile getheilt und aus den Puncten adbe werden jedesmal mit der Oeffnung des Zirkels bis zum Mittelpuncte c die Bogen gcm, fci, hcl, nck beschrieben und das reguläre Zwölfeck wird dann gebildet, wenn die Durchschnittspuncte afgdhibklemn dieser Bogen mit der Peripherie durch Linien verbunden werden.

Aufgabe XLV.

Die Grundfläche soll ein Vieleck bilden, dessen Seiten nicht alle gleich lang sind, bei dem aber die einander gegenüber stehenden Winkel gleiche Größe haben.

Es wird bei dieser Aufgabe vorausgesetzt, daß die Figur der Grundfläche durch eine ihr ähnliche Figur angegeben sei, in welcher alle Winkel des Vieleckes, welches die Grundfläche bilden soll, gleich, und die Länge der Seiten des ersteren in gehörigem Verhältniß zu den Seiten des letzteren stehen.

Auflösung.

Die Größe der Grundfläche wird erhalten, wenn der gegebene körperliche Inhalt durch die Höhe, welche das Gefäß erhalten soll, dividirt wird. Aus dem gefundenen Flächeninhalte der Grundfläche wird dann die Quadratwurzel gezogen. Der Flächeninhalt der gegebenen ähnlichen Figur wird ebenfalls gesucht und dieselbe zu diesem Behufe in einzelne Flächen zerlegt. Ferner werden die Seitenlinien zu Quadraten gesucht, welche gleich großen Flächeninhalt mit jenen Flächen haben, und eben so auch wird die Seitenlinie zu einem Quadrate ausgemittelt, dessen Flächeninhalt dem Flächeninhalte sämmtlicher Quadrate gleich ist. Aus der Seitenlinie des letzteren Quadrates und der Seitenlinie jenes Quadrates, welches gleich großen Inhalt mit der Grundfläche hat, wird nun das Verhältniß von der Größe der Seiten der der Grundfläche ähnlichen Figur und der gesuchten Grundfläche selbst gesucht, um hiernach letztere auftragen zu können.

Beispiel. Der körperliche Inhalt des Gefäßes sei 11 Cubikzoll, seine Höhe eh Taf. XIX. Fig. 339., und die Figur, welcher die Grundfläche ähnlich werden soll, das Sechseck Fig. 340.

Letztere Figur kann, wenn von a bis d und von b bis c Linien gezogen werden, in das längliche Rechteck abcd und in die beiden einander gleichen Dreiecke aed und bfc zerlegt werden. Zu jeder dieser Figuren wird die Seitenlinie eines Quadrates gesucht, welches mit derselben gleich großen Flächeninhalt hat. Zu dem länglichen Rechtecke abcd wird die Seitenlinie eines

solchen Quadrates erhalten, wenn EF Fig. 341. gleich lang mit ab = dc Fig. 340, FG Fig. 341. aber gleich lang mit ad = bc Fig. 340 gemacht und FH Fig. 341. nach Aufgabe V. gesucht wird. Zu dem Dreiecke aed Fig 340. wird aber die Seitenlinie eines Quadrates, welches gleichen Flächeninhalt, mit gedachtem Dreiecke hat, aufgefunden, wenn E'F' Fig. 342. mit der Hälfte von ad, nämlich mit ag = dg Fig. 340., und F'G' Fig. 342. mit eg Fig. 340. gleich lang gemacht, ferner F'H' Fig. 342. ebenfalls nach Aufgabe V. gesucht wird. Da das Dreieck bfc Fig. 340. dem Dreiecke aed gleich und ähnlich ist, so giebt F'H' Fig. 342. zugleich auch die Seitenlinie zu einem Quadrate von gleich großem Flächeninhalte. Ferner wird ein rechter Winkel lik Fig. 343. construirt, auf den einen Schenkel ik desselben, von i bis m die Fig. 341. aufgefundene Seitenlinie FH zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem länglichen Rechteck becd Fig. 340. hat, auf den andern Schenkel aber von i bis n die mittels Fig. 342. ausgemittelte Seitenlinie F'H' zu einem Quadrate, welches gleich großen Flächeninhalt mit dem Dreieck aed Fig 340. hat, gesetzt und nm Fig. 343. gezogen. Dann wird aus n eine Linie no senkrecht auf nm errichtet und auf diese, da das Dreieck bfc Fig. 340. gleiche Größe mit dem Dreiecke aed hat, ebenfalls F'H' Fig. 342. von n bis p gesetzt und von p bis m eine Linie gezogen, welche die Seitenlinie zu einem Quadrate giebt, das gleich großen Flächeninhalt mit der Figur abfcde Fig. 340. hat. Nun wird die Grundfläche aus dem körperlichen Inhalte = 11 Cubikzoll und der Höhe eh Fig. 339., welche das Gefäß erhalten soll, gesucht und diese gefunden, wenn RS Fig. 344. gleich lang mit der Anzahl Cubikzoll, in Längenzollen ausgedrückt, hier nämlich 11 Zoll, und ST gleich lang mit eh Fig. 339. gemacht, WX aber nach Aufgabe IV. ausgemittelt wird. Ferner wird aus WX die Quadratwurzel gezogen, indem DE Fig. 345. gleiche Länge mit WX Fig. 344. zu geben, übrigens aber nach Anweisung der Aufgabe VII. zu verfahren ist, um DK Fig. 345. als Quadratwurzel aus WX Fig. 344. zu erhalten. Nach diesen Vorbereitungen wird auf eine Linie rs Fig. 346 die Fig. 343 aufgefundene Länge pm von t bis u Fig. 346. getragen, über dieser Linie das gleichseitige Dreieck tvu construirt und auf zwei

Seitenlinien vt und vu desselben die Fig. 345. ausgemittelte Länge DK von v bis w und von v bis x Fig. 346. gesetzt, auch w mit x durch eine Linie verbunden. Wenn nun auf die Linie tu die Seite ab = bc Fig. 340. des länglichen Rechteckes abcd von t nach I Fig. 346. getragen und die Linie Iv gezogen wird, so durchschneidet diese Linie wx in 1 und w1 giebt dann die Länge der Seite AB = DC Fig. 347. der gesuchten Grundfläche. Ferner ad = bc Fig. 340. von t bis II. Fig 346. getragen und II.v gezogen, giebt von w bis zum Durchschnittspuncte 2, AD = BC Fig. 347., welche Länge dann auf die aus A und B errichteten senkrechten Linien gesetzt wird. Wenn endlich ae = ed = bf = fc Fig. 340. von t bis III. Fig. 346. getragen und III.v gezogen wird, so giebt w3 den Halbmesser, mit welchem aus A Fig. 347. der Bogen a'b', aus D der Bogen c'd', aus B der Bogen f'e' und aus C der Bogen g'h' beschrieben werden kann, deren Durchschnittspuncte EF die Spitzen der Dreiecke AED und BFC bestimmen und durch Verbindung der Puncte AE, DE, BF, CF mittels Linien wird die gesuchte Grundfläche des Gefäßes nach der durch Fig. 340. vorgeschriebenen Form gebildet.

Die Seitenfläche des Gefäßes über AB und DC Fig. 347. stellt i'k'l'm' Fig. 348. und eine Seitenfläche desselben über AE, DE, BF, CF stellt n'o'p'q' Fig. 349., so wie die Ansicht des Gefäßes 350. dar.

Anmerkung. Da alle Figuren, welche gerade Seitenlinien haben, sich in Dreiecke zerlegen lassen, so kann durch Anwendung obiger Verfahrungart die Grundfläche auch in Form jeder anderen regulären oder irregulären Figur mit geradlinigen Seiten zu einem Gefäße, dessen körperlicher Inhalt und Höhe gegeben ist, ausgemittelt werden.

Aufgabe XLVI.

Das Gefäß soll eine Pyramide bilden, deren Grundfläche ein Quadrat ist.

Auflösung.

Der körperliche Inhalt, den die Pyramide enthalten soll, wird durch den dritten Theil der gegebenen Höhe dividirt und aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen, wodurch die Seitenlinie der gesuchten quadratischen Grundfläche erhalten wird.

Beispiel. Die Pyramide soll 9 Cubikzoll als körperlichen Inhalt und he Taf. XIX. Fig. 351. als Höhe erhalten.

Letztere wird bei m, n in drei gleiche Theile getheilt und auf eine Linie yz Fig. 352 werden von R bis S eben so viele Längenzolle getragen, als der gegebene körperliche Inhalt Cubikzoll enthält, hier daher 9 Zoll, ST aber wird gleich lang mit $\frac{1}{3}$ he = hm Fig. 351. gemacht und hierauf WX Fig. 352. nach Aufgabe IV. gesucht. Nun wird WX auf AB Fig. 353. von D bis E gesetzt und DK nach Aufgabe VII. ausgemittelt, welche Länge die Seitenlinie zu dem als Grundfläche der Pyramide gesuchten Quadrate abcd Fig. 354. giebt.

Die Seitenfläche der Pyramide, welche eben so wie in Aufgabe XIX. Fig. 126. aufgetragen wird, ist Fig. 355. und die Ansicht derselben Fig. 356. dargestellt.

Zusatz.

Wenn die Grundfläche der Pyramide kein Quadrat, sondern eine andere Figur bilden soll, so ist das erhaltene Quadrat abcd Fig 354. nach den in den vorhergehenden Aufgaben enthaltenen Anweisungen in die vorgeschriebene Figur zu verwandeln.

Aufgabe XLVII.

Das Gefäß soll die Form einer abgekürzten Pyramide erhalten, deren Grund- und Oberfläche Quadrate bilden, zu denen das Verhältniß der Seitenlinien gegeben ist.

Auflösung.

Ueber einer Linie lm Taf. XX. Fig. 358. wird eine senkrechte Linie hk errichtet, die gegebene Höhe von h bis e gesetzt, durch den Punct e die Linie no parallel mit lm gezogen und he in so viele gleiche Theile getheilt, als die Summe der gegebenen Verhältnißzahlen zwischen den Seitenlinien der oberen und unteren quadratischen Fläche beträgt. Dann werden auf lm von h bis f und von h bis g so viele solcher Theile, als die Verhältnißzahl der Seitenlinie von der Grundfläche besagt,

von e bis p und von e bis q aber so viele obiger Theile, als die Verhältnißzahl der Seitenlinie von der oberen Fläche angiebt, aufgetragen. Werden nun durch die dadurch erhaltenen Puncte fp und gq Linien gezogen und diese verlängert, so schneiden sie die Linie hk in i. Nun wird fg zum Quadrat erhoben, dasselbe mit der Länge hi multiplicirt und das Product durch 3 dividirt. Eben so wird auch pq zum Quadrat erhoben, dieses mit ei multiplicirt und das Product durch 3 dividirt. Der zuletzt erhaltene Quotient wird von dem ersteren abgezogen, aus dem Reste die Quadratwurzel gezogen und mit dieser in das Product aus der Quadratwurzel des gegebenen körperlichen Inhaltes, welchen die abgekürzte Pyramide erhalten soll, und der Länge fh dividirt. Wenn der Quotient von h bis a und von h bis b getragen wird, so giebt ab die gesuchte Seitenlinie zum Quadrate der Grundfläche, und wenn von a und b nach i Linien gezogen werden, so schneiden diese no in c und d und cd ist dann die gesuchte Seitenlinie zum Quadrate der oberen Fläche.

Beispiel. Der körperliche Inhalt der abgekürzten Pyramide sei $21\frac{5}{8}$ Cubikzoll, die Höhe derselben eh Taf. XX. Fig. 357., die Grundfläche ein Quadrat und das Verhältniß der Seitenlinie des Quadrats der unteren Grundfläche zur Seitenlinie des Quadrats der oberen Fläche wie 3 zu 2.

Ueber lm Fig. 358. wird die senkrechte Linie hk errichtet, auf diese die gegebene Höhe he Fig. 357. von h bis e Fig. 358. gesetzt und diese Linie in 5 Theile getheilt, da hier die Summe der Verhältnißzahlen 2 + 3 = 5 ist. Dann wird hf und hg, $\frac{3}{5}$ he, und ep und eq $\frac{2}{5}$ he gleich gemacht, ferner fp, gq gezogen und nach k hin verlängert, wodurch die Linie hk bei i durchschnitten wird Auf MR Fig. 359. wird von L bis M fg Fig. 358. getragen und NQ nach Aufgabe VI. gesucht, ferner EF Fig. 360. hi Fig. 358., FG Fig. 360. aber NQ Fig. 359. gleich gemacht und FH nach Aufgabe III. ausgemittelt, hierauf L′M′ Fig. 361. gleiche Länge mit FH Fig. 360. gegeben und N′Q′ nach Aufgabe III. aufgefunden. Dann wird N′Q′ auf yz Fig. 362. von R bis S, auf ST aber 3 Zoll gesetzt und WX nach Aufgabe IV. gesucht. Nun wird pq Fig. 358 auf L²M²

Fig. 363 aufgetragen, N^2Q^2 nach Aufgabe VI. gesucht und $E'F'$ Figur 364. gleich lang mit N^2Q^2 Figur 363., $F'G'$ Figur 364. aber gleich lang mit ei Fig. 358. gemacht und $F'H'$ nach Aufgabe III. ausgemittelt, so wie auch, nachdem $F'H'$ auf L^3M^3 Fig. 365. gesetzt worden ist, N^3Q^3 aufgefunden. Ferner wird N^3Q^3 von R' bis S' Fig. 366. aufgetragen, $S'T'$ aber 3 Zoll lang gemacht und $W'X'$ nach Aufgabe IV. gesucht. Nachdem rs Fig 367 gleiche Länge mit WX Fig. 362. und rt Figur 367. gleiche Länge mit $W'X'$ Fig. 366. gegeben, und ts nach Aufgabe II aufgefunden worden ist, wird ts von D bis E Fig. 368. gesetzt und DK nach Aufgabe VII. gesucht. Die Anzahl Cubikzolle, welche der gegebene körperliche Inhalt der abgekürzten Pyramide enthalten soll, wird in Längenzollen ausgedrückt, hier 21⅜ Zoll, von D' bis E' Fig. 369. aufgetragen und $D'K'$ nach Aufgabe VII. ausgemittelt, diese Länge von F^2 bis G^2 Fig. 370. gesetzt, E^2F^2 aber fh Fig 358. gleich lang gemacht und F^2H^2 nach Aufgabe III. gesucht, L^4M^4 Fig. 371. gleiche Länge mit F^2H^2 Fig. 370. gegeben und N^4Q^4 Fig. 371. gesucht. Endlich wird N^4Q^4 von R^2 bis S^2 Fig 372. gesetzt, T^2S^2 gleich lang mit DK Fig. 368. gemacht und W^2X^2 Fig. 372 nach Aufgabe IV. ausgemittelt. Wenn nun W^2X^2 von h bis a und von h bis b Fig. 358. aufgetragen wird, so ist ab die Seitenlinie zu dem Quadrate ABEF Fig. 373. der gesuchten Grundfläche, und wenn von a bis i und von b bis i Fig. 358. Linien gezogen werden, welche no in c und d schneiden, so giebt cd die Seitenlinie zu dem Quadrate cdef Figur 373 der gesuchten oberen Fläche.

Bei Aufzeichnung einer Seitenfläche der abgekürzten Pyramide wird eben so verfahren, wie in Aufgabe XX. Fig. 136. bereits dazu Anweisung ertheilt worden ist. Die Ansicht der abgekürzten Pyramide ist in Taf. XXI. Fig. 374. dargestellt.

Anmerk. 1. Wenn die Grundfläche einer abgekürzten Pyramide kein Quadrat, sondern irgend eine andere Figur mit geradlinigen Seiten bilden soll, so muß die als Quadrat aufgefundene Grund- und Oberfläche in die vorgeschriebene Figur verwandelt werden.

Anmerk. 2. Es wird vorausgesetzt, daß die gegebene Höhe so angenommen worden sei, daß sie bei dem vorgeschriebenen Verhältniß der Seitenlinie der oberen Fläche zur Seitenlinie der unteren Fläche den körperlichen Inhalt, welchen das Gefäß er-

halten soll, wirklich geben könne, weil, wenn dieß nicht der Fall ist, durch die Auflösung dieser Aufgabe kein richtiges Resultat erhalten werden kann.

Aufgabe XLVIII.

Grundfläche zu einem Gefäße in Form eines Cylinders.

Auflösung.

Der gegebene körperliche Inhalt wird durch die bestimmte Höhe dividirt und aus dem dadurch erhaltenen Quotienten die Quadratwurzel gezogen. Zu derselben und zu einer Linie, deren Länge $\frac{14}{11}$ der ersteren beträgt, wird die mittlere Proportionallinie gesucht, welche dann den Durchmesser zu einem Kreise giebt, der die gesuchte Grundfläche des Cylinders ist.

Beispiel. Der gegebene körperliche Inhalt sei $8\frac{7}{9}$ Cubikzoll und die Höhe des Cylinders eh Taf. XXI. Fig. 375.

Die gegebene Anzahl Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, wird in Längenzollen auf eine Linie yz Fig. 376. von R bis S getragen, weßhalb RS hier $8\frac{7}{9}$ Zoll lang gemacht wird; von S bis T wird aber die gegebene Höhe eh Fig. 375. gesetzt und WX Fig. 376. nach Aufgabe IV. gesucht. Ferner DE Fig. 377. gleiche Länge mit WX Fig. 376. gegeben und DK Fig. 377. nach Aufgabe VII. ausgemittelt. Dann wird DK von E bis F Fig 378. gesetzt, diese Länge in 11 gleiche Theile getheilt und 14 solcher Theile werden von F bis G getragen, worauf FH nach Aufgabe V. aufgefunden wird. FH ist dem Durchmesser ad Fig. 379. zu einem Kreise gleich, welcher die gesuchte Grundfläche des Cylinders bildet.

Die aufgerollte Seitenwand des Cylinders, welcher Figur 380. in der Ansicht dargestellt ist, kann in eben der Art gefunden werden, wie dazu in Aufgabe XXI. Anweisung ertheilt worden ist.

Aufgabe XLIX.

Die Grundfläche zu einem Gefäße, welches die Form eines Kegels erhalten soll, ist aufzusuchen.

Auflösung.

Mit dem dritten Theile der gegebenen Höhe wird in den körperlichen Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, dividirt und aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen. Zu der erhaltenen Länge der Quadratwurzel und zu einer Linie, welche um $\frac{3}{11}$ größer ist als jene, wird die mittlere Proportionallinie ausgemittelt, welche den Durchmesser zu einem Kreise giebt, der die gesuchte Grundfläche ist.

Beispiel. Wenn der gegebene körperliche Inhalt des Gefäßes $12\frac{1}{2}$ Cubikzoll und dessen Höhe eh Taf. XXI. Fig. 381. sein soll, so wird letztere bei hk, ki, ie in drei gleiche Theile getheilt, und ein solcher Theil von S bis T Fig. 382. gesetzt, auf RS aber werden so viele Längenzolle getragen, als der körperliche Inhalt des Gefäßes Cubikzolle enthalten soll, also hier $12\frac{1}{2}$ Zoll, worauf WX nach Aufgabe IV. gesucht wird. Ferner wird WX von D bis E Fig. 383. aufgetragen und DK nach Aufgabe VII. ausgemittelt. Endlich wird EF Fig. 384. gleich lang mit DK Fig 383. gemacht, EF Fig. 384. in 11 gleiche Theile getheilt, worauf 14 solcher Theile von F bis G gesetzt werden und FH nach Aufgabe V. aufgefunden wird. ab Fig. 385. erhält nun mit FH. Fig. 384. gleiche Länge, und ab Fig. 385. ist dann der Durchmesser zu einem Kreise adbe, welcher die gesuchte Grundfläche des Gefäßes bildet.

Die Ansicht des Gefäßes stellt Fig. 386. dar, und die Seitenfläche desselben, in einer Ebene ausgebreitet, kann auf eben die Art, wie hierzu Aufgabe XXII. Fig. 152. Anweisung ertheilt worden ist, aufgezeichnet werden.

Aufgabe L.

Die Grundfläche zu einem abgestumpften Kegel auszumitteln, zu welchem das Verhältniß des Durchmessers der oberen Kreisfläche zu dem der unteren gegeben ist.

Auflösung.

Die Höhe, welche der abgestumpfte Kegel erhalten soll, wird in so viele Theile getheilt, als die Summe der Verhältnißzahlen von den Durchmessern der oberen und unteren Kreis-

fläche beträgt, und so viele solcher Theile, als die Verhältnißzahl des Durchmessers der unteren Kreisfläche besagt, werden von h bis g, ingleichen h bis i Taf. XXI. Fig. 388, so viele jener Theile aber, als für die Verhältnißzahl des Durchmessers der oberen Kreisfläche vorgeschrieben sind, von e bis k, ferner von e bis l gesetzt, dann die Puncte gk und il durch Linien verbunden und diese verlängert, bis sie die aus h gezogene senkrechte Linie hv in f schneiden. Dadurch wird die Höhe hf eines Kegels, dessen Durchschnitt gfi ist, bestimmt. Nun ist der körperliche Inhalt dieses Kegels auszumitteln, der erhalten wird, wenn die Peripherie zu dem Durchmesser gi der Grundfläche gesucht, diese mit dem vierten Theile des Durchmessers multiplicirt, ferner das Product mit der Höhe hf multiplicirt und das dadurch erhaltene Product durch 3 dividirt wird. Eben so wird bei der Ausmittelung eines Kegels, dessen Durchschnitt kfl ist, verfahren. Wird nun der körperliche Inhalt des Kegels kfl von dm körperlichen Inhalte des Kegels gfi abgezogen, so giebt die Differenz den körperlichen Inhalt des abgekürzten Kegels, dessen Profil gkli ist. Ferner wird aus dem körperlichen Inhalte, welchen das Gefäß erhalten soll, die Quadratwurzel gezogen und diese mit der Länge gh multiplicirt, mit dem Producte aber in die Quadratwurzel aus dem körperlichen Inhalte von dem abgekürzten Kegel gkli dividirt. Der Quotient wird von h nach a und b getragen, und ab ist dann der Durchmesser der gesuchten Grundfläche des Gefäßes. Der Durchmesser cd zur oberen Fläche desselben wird aber erhalten, wenn von a und b Linien nach f gezogen werden, welche op in c und d schneiden.

Beispiel. Das Gefäß soll $5\frac{5}{8}$ Cubikzoll körperlichen Inhalt und die Höhe eh Fig. 387. erhalten, das Verhältniß des Durchmessers der oberen Kreisfläche zum Durchmesser der unteren Kreisfläche soll aber 3 zu 4 sein.

Es wird auf eine Linie mn Fig. 388. eine senkrechte Linie hv errichtet, auf diese von h bis e die gegebene Höhe he Fig. 387 gesetzt, durch e Fig. 388. eine Linie op parallel mit mn gezogen und he in so viele gleiche Theile getheilt, als die Summe der Verhältnißzahlen vom Durchmesser der oberen und unteren Kreisfläche beträgt, folglich hier in 3 + 4 = 7 Theile,

worauf 4 solcher Theile von h bis g und hi, ingleichen 3 dieser Theile von e bis k und e bis l getragen werden. Wird nun gk und il gezogen und werden beide Linien verlängert, bis sie hv in f schneiden, so ist hf die Höhe eines Kegels, dessen Querschnitt gfi ist. Hierauf wird ac und cb Fig. 389. gleich lang mit gh = hi gemacht, aus c der Kreis adbe beschrieben und aus dem Mittelpuncte c eine Linie cd senkrecht auf ab gezogen; ferner werden die Puncte a, d mittels einer Linie verbunden und diese in 5 gleiche Theile getheilt. Dann wird der Durchmesser ab des Kreises dreimal auf eine Linie wx Fig. 390. von y bis z und hierzu $\frac{1}{5}$ ad Fig. 389. von z bis i Fig. 390. aufgetragen. Die dadurch erhaltene Länge yi wird von F bis G Fig. 391., die Hälfte von cd = co Fig. 389. von E bis F Fig. 391. gesetzt und nach Aufgabe II. die mittlere Proportionallinie FH gesucht, LM Fig. 392. mit FH Fig. 391. gleich lang gemacht und NQ Fig. 392. nach eben dieser Aufgabe aufgefunden, dann NQ mit der Höhe hf Fig. 388. multiplicirt, indem E'F' Fig. 393. gleiche Länge mit NQ Fig. 392. und F'G' Fig. 393. gleiche Länge mit hf Fig. 388. gegeben, das Product N'Q' Fig 394. aber nach Anweisung der Aufgabe III. ausgemittelt, worauf dasselbe mittels Taf XXII. Fig. 395. nach Aufgabe IV. durch 3 dividirt und als Quotient WX erhalten wird. Eben so wird in Beziehung auf ke = el Fig. 388. mittels der Figuren 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. nur mit dem Unterschiede verfahren, daß, statt mit hf Fig. 388., mit ef multiplicirt wird. Der hierdurch erhaltene Quotient W'X' Fig 402. wird von dem Fig. 395. aufgefundenen Quotienten WX nach Aufgabe II. abgezogen, indem WX auf eine Linie x'y' Fig. 403. von b' bis d', w'x' Fig. 402. aber von b' bis c' Fig. 403. getragen wird, wo dann e' d' die Differenz giebt. Aus c'd' wird ferner die Quadratwurzel gezogen, was mittels Fig. 404. geschehen ist, wo DE gleiche Länge mit c'd' erhalten hat, übrigens DK nach Aufgabe VII. aufgefunden wurde. Nun wird aus dem körperlichen Inhalte, welchen der abgekürzte Kegel erhalten soll, die Quadratwurzel gezogen, zu welchem Behufe der gegebene körperliche Inhalt, hier $5\frac{5}{8}$ Cubikzoll, in $5\frac{5}{8}$ Längenzollen von D' bis E' Fig. 405. gesetzt und D'K' nach Aufgabe VII. gefunden wird. Die Länge D'K' wird hierauf

mit gh Fig. 388. nach Aufgabe III. multiplicirt und das Product mittels Figur 406. 407. in N^4Q^4 aufgefunden. Das letztere Product N^4Q^4 wird durch die aus e'd' Fig. 403. gezogene Quadratwurzel DK Figur 404. dividirt, indem R^2S^2 Fig. 408. gleich lang mit N^4Q^4 Fig. 407., S^2T^2 Fig. 408. aber gleich lang mit DK Fig. 404. gemacht wird, wo dann nach Aufgabe IV. W^2X^2 Fig. 408. den Halbmesser zu der gesuchten unteren Kreisfläche A'D'B'E' Fig 409. des abgekürzten Kegels giebt. Wird ferner W^2X^2 Fig. 408. von h bis a Fig. 388., desgleichen von h bis b gesetzt und von a nach f eine Linie gezogen, so durchschneidet diese op in c, wo dann ce den Halbmesser zu der gesuchten oberen Kreisfläche $a^2d^2b^2e^2$ Fig. 410. des abgekürzten Kegels giebt.

Die Ansicht des abgekürzten Kegels ist Fig. 411. dargestellt und die in eine Ebene ausgebreitete Seitenfläche desselben kann eben so, wie in Aufgabe XXIII. Fig. 166. nachgewiesen worden ist, aufgefunden werden.

Anmerkung. Was in der Anmerkung 2 zur Aufgabe XLVII. wegen Annahme der Höhe der abgekürzten Pyramide mit Rücksicht auf die Seitenlinien der oberen und unteren Fläche angeführt worden ist, muß auch hier in Beziehung auf das gehörige Verhältniß der Durchmesser von der oberen und unteren Kreisfläche zur Höhe berücksichtigt werden.

Aufgabe LI.

Gefäß mit einer elliptischen Grundfläche, zu welcher das Verhältniß der großen Achse zur kleinen gegeben ist.

Auflösung.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird aufgefunden, wenn mit der gegebenen Höhe in den körperlichen Inhalt, welchen das Gefäß erhalten soll, dividirt wird. Ferner ist der Durchmesser zu einem Kreise zu suchen, der gleichen Flächeninhalt mit der Grundfläche hat. Dieser wird erhalten, wenn die Quadratwurzel aus dem Flächeninhalte gezogen und die mittlere Proportionallinie zwischen dieser Quadratwurzel und dem $\frac{14}{11}$ Theil derselben ausgemittelt wird. Nun wird die Verhältnißzahl der

großen Achse durch die der kleinen dividirt, aus dem Quotienten die Quadratwurzel gezogen und diese mit dem Durchmesser des Kreises, dessen Flächeninhalt der Grundfläche gleich ist, multiplicirt. Das Product giebt die große Achse der gesuchten elliptischen Grundfläche. Dann wird die Verhältnißzahl der kleineren Achse durch die der größeren dividirt, und mit dem Quotienten nach obiger Anweisung verfahren, um die kleinere Achse der gesuchten elliptischen Grundfläche zu erhalten. Endlich wird aus dem gefundenen großen und kleinen Durchmesser der Ellipse dieselbe construirt.

Beispiel. Der Inhalt des Gefäßes soll $13\frac{1}{2}$ Cubikzoll betragen, seine Höhe eh Taf. XXII. Fig. 412. und die große Achse sich zur kleinen verhalten wie 5 zu 3.

Die Anzahl Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, wird, in Längenzollen ausgedrückt, hier $13\frac{1}{2}$ Zoll, auf eine Linie YZ Fig. 413. von R bis S gesetzt, ST gleich lang mit der gegebenen Höhe eh Fig. 412. gemacht und WX nach Aufgabe IV. erhalten. DE Fig. 414. wird gleich lang mit WX Figur 413. gemacht, DK Fig 414. nach Aufgabe VII. ausgemittelt, dieses von E bis F Fig. 415. gesetzt und, nachdem EF in 11 gleiche Theile getheilt worden ist, werden 14 solcher Theile von F bis G aufgetragen, worauf FH nach Aufgabe V. erhalten werden kann. Ferner wird die Verhältnißzahl der großen Achse, hier 5, in Längenzollen von R′ bis S′ Fig. 416., die Verhältnißzahl der kleinen Achse, hier 3, aber ebenfalls in Längenzollen auf S′T′ gesetzt und W′X′ nach Aufgabe IV. gesucht, dann letztere Größe von D′ bis E′ Fig. 417. aufgetragen, D′K′ nach Aufgabe VII. ausgemittelt, und E′F′ Taf. XXIII. Fig. 418. gleich lang mit D′K′ Fig. 417., F′G′ Fig. 418. aber gleich lang mit FH Fig. 415. gemacht und F′H′ Fig. 418., so wie auch NQ Fig. 419. nach Aufgabe III gesucht. Durch NQ wird die Länge der großen Achse zu der gesuchten elliptischen Grundfläche bestimmt. Die Verhältnißzahl der kleinen Achse, hier 3, wird von R^2 bis S^2 Fig. 420. in Längenzollen, die der größeren Achse aber, hier 5, ebenfalls in Längenzollen von S^2 bis T^2 gesetzt, W^2X^2 nach Aufgabe IV. gesucht, D^2E^2 Fig. 421. gleich lang mit W^2X^2 Fig. 420. gemacht und D^2K^2 Fig. 421.

nach Aufgabe VII. ausgemittelt. Ferner wird F^2G^2 Fig 422. gleiche Länge mit D^2K^2 Fig. 421. und E^2F^2 Fig. 422. gleiche Länge mit FH Fig. 415. gegeben, F^2H^2 Fig. 422., so wie auch N′Q′ Fig. 423. nach Aufgabe III. aufgefunden, welche letztere die Länge der kleinen Achse zur gesuchten elliptischen Grundfläche giebt. Werden endlich zwei rechtwinkelig sich durchschneidende Linien fg und ih Fig. 424. gezogen, und wird von dem Durchschnittspuncte c derselben bis a und b die Hälfte der Fig. 419. aufgefundenen großen Achse NQ und von c bis d und e die Hälfte der Fig. 423. ausgemittelten kleinen Achse N′Q′ aufgetragen, so kann man die gesuchte elliptische Grundfläche ae′eg′bh′df′ construiren, wenn die Hälfte der kleinen Achse ce = cd von a bis m gesetzt, mc in drei gleiche Theile getheilt, ein solcher Theil von m bis n getragen, oc gleich lang mit cn gemacht und aus n und o mit dem Halbmesser no die Bogen pq, rs, tu, vw beschrieben, ferner aus den Durchschnittspuncten x, y dieser Bogen und durch die Puncte n, o die Linien xnc′, xod′, yna′, yob′ gezogen werden. Hierauf werden aus n und o mit dem Halbmesser na = ob die Bogen e′af′, g′bh′, so wie auch aus x und y mit dem Halbmesser xd = ye die Bogen e′eg′, f′dh′ beschrieben, wodurch die gesuchte elliptische Grundfläche erhalten wird.

Die in einer Ebene ausgebreitete Seitenwand des Gefäßes, dessen Ansicht Fig. 425. dargestellt ist, kann in eben der Art, wie in Aufgabe XXIV. Fig. 175. dazu Anweisung ertheilt worden ist, entworfen werden.

Aufgabe LII.

Gefäß in Gestalt einer Kugel.

Auflösung.

Da der größte Flächenschnitt einer Kugel durch den Mittelpunct derselben geht, so ist der Durchmesser derselben der gegebenen Höhe der Kugel gleich.

Aufgabe LIII.

Gefäß in Form einer Halbkugel.

Auflösung.

Der Halbmesser zu dem Flächenabschnitte, der als Grundfläche angenommen werden kann, ist der gegebenen Höhe der Halbkugel gleich.

Aufgabe LIV.

Gefäß in Gestalt eines Kugelabschnittes.

Auflösung.

Es wird der Flächeninhalt einer Kreisfläche gesucht, welche die gegebene Höhe zum Halbmesser hat, mit diesem Flächeninhalte in den körperlichen Inhalt, den das Gefäß erhalten soll, dividirt und zum Quotienten $\frac{1}{3}$ der gegebenen Höhe addirt. Die Summe giebt den Halbmesser zu einer Kugel, von welcher der Abschnitt ein Theil ist. Mit dem gedachten Halbmesser wird ein Bogen beschrieben, auf den Halbmesser von der Peripherie aus die gegebene Höhe gesetzt und aus diesem Puncte eine Linie senkrecht auf den Halbmesser errichtet, welche den Bogen durchschneidet. Durch diesen Durchschnittspunct wird die Länge des Halbmessers bestimmt, mit welchem ein Kreis beschrieben werden kann, welcher die gesuchte Kreisfläche des Kugelabschnittes ist.

Beispiel. Das Gefäß soll 16 Cubikzoll körperlichen Inhalt und eh Taf. XXIII. Fig. 426. als Höhe erhalten.

eh wird als Halbmesser ac = cb Fig. 427. angenommen, mit demselben der Kreis adbe beschrieben und in demselben der Durchmesser ab, so wie auch der auf ab senkrecht stehende Halbmesser cd, ferner die Linie ad gezogen. Letztere Linie wird in 5 und cd bei o in 2 gleiche Theile getheilt. Ferner wird ab dreimal auf eine Linie yz Fig. 428. von f bis g und $\frac{1}{5}$ ad Fig. 428. von g bis i gesetzt. Nun wird EF Fig. 429. gleich lang mit fi Fig. 428. und FG Fig. 429. gleich lang mit co Fig 427. gemacht und FH Fig. 429. so wie auch NQ Fig. 430. nach Aufgabe III. gesucht. Die Anzahl der Cubikzolle, welche das Gefäß enthalten soll, wird in Längenzollen von R bis S Fig. 431. gesetzt und ST gleich lang mit NQ Fig. 430. gemacht, wodurch WX Fig. 431. nach Aufgabe IV. aufgefunden werden kann. WX wird nun auf eine Linie wx Fig. 432. von k bis l und $\frac{1}{3}$ der gegebenen Höhe hg = gi = ie Fig. 428. von l

bis m gesetzt, wo dann km Fig. 432. den Halbmesser zu einer Kugel giebt, von welcher der Kugelabschnitt ein Theil ist. Wird nun die gegebene Höhe auf eine Linie pq Fig. 433. von h bis e aufgetragen, und von h bis c, km Fig. 432. gesetzt, ferner durch den Punct e eine auf pq Fig. 433. senkrecht stehende Linie et gezogen und mit dem Halbmesser ch ein Bogen hus beschrieben, welcher et in r schneidet, so giebt er den Halbmesser zu der gesuchten Kreisfläche a'd'b'e' Fig. 434. des Kugelabschnittes. Die Ansicht des Kugelabschnittes ist Fig. 435. dargestellt.

Aufgabe LV.

Es soll die obere und untere Kreisfläche zu einem Gefäße, welches die Gestalt einer Zone hat und zu dem außer dem körperlichen Inhalte und der Höhe auch der Halbmesser der Kugel gegeben ist, von dem dieselbe einen Theil bildet, aufgefunden werden.

Auflösung.

Der Halbmesser eines Cylinders, dessen körperlicher Inhalt und dessen Höhe gleiche Größe mit dem gegebenen körperlichen Inhalte und der Höhe der Zone hat, ist auszumitteln. Dieser Cylinder wird aufgefunden, wenn der gegebene körperliche Inhalt durch die ebenfalls gegebene Höhe der Zone dividirt und aus dem dadurch erhaltenen Flächeninhalte der Grundfläche des Cylinders die Quadratwurzel gezogen, ferner zu dieser und $\frac{14}{11}$ derselben die mittlere Proportionallinie gesucht wird. Die Hälfte dieser Proportionallinie giebt den gesuchten Halbmesser zu einem Cylinder, der gleichen körperlichen Inhalt und gleiche Höhe mit der Zone hat. Von der Diagonale eines Quadrates, dessen Seitenlinien gleiche Länge mit der Höhe des Cylinders haben, wird die Höhe desselben abgezogen, ingleichen die Differenz zwischen der Hälfte des Halbmessers vom Cylinder und gedachter Diagonale ausgemittelt und zu diesen beiden Differenzen die mittlere Proportionallinie gesucht. Ferner wird von dem gegebenen Halbmesser der Kugel, von welcher die Zone ein Theil ist, der Halbmesser des Cylinders abgezogen und der Rest durch 2 dividirt. Zu letzterem Quotienten und der vorhin

aufgefundenen Proportionallinie wird die mittlere Proportionallinie gesucht und zu dieser der Halbmesser des Cylinders addirt. Diese Länge, doppelt genommen, giebt den gesuchten Durchmesser ab Taf. XXIV. Fig. 441. von der oberen Kreisfläche der Zone. Werden ferner aus a und b Bogen mit dem Halbmesser der Kugel beschrieben und wird aus dem Durchschnittspuncte c derselben mit gedachtem Halbmesser der Bogen axb beschrieben, so schneidet dieser eine mit ab parallel gezogene Linie, deren Abstand von ab der gegebenen Höhe der Zone gleich ist, in d und f, und df ist dann der gesuchte Durchmesser von der unteren Kreisfläche der Zone.

Beispiel. Der gegebene körperliche Inhalt der Zone sei 14 Cubikzoll, die Höhe derselben eh Fig. 436. und der Halbmesser der Kugel, von welcher die Zone ein Theil ist, cx Fig. 437. Der körperliche Inhalt der Zone wird, in Längenzollen ausgedrückt, von R bis S Fig. 438. gesetzt, mithin RS 14 Zoll lang gemacht, ST aber erhält die Länge von eh Fig. 436., wo dann WX die Anzahl Quadratzolle angiebt, welchen ein Cylinder von gleichem körperlichen Inhalte und gleicher Höhe mit der Zone hat *). WX wird von D bis E Fig. 439. getragen und DK nach Anweisung der Aufgabe VII. gesucht. Ferner wird DK in 11 gleiche Theile getheilt und 14 solcher Theile werden von F bis G Fig. 440. gesetzt, EF aber gleich lang mit DK Fig 439. gemacht, dann FH Fig. 440. nach Aufgabe V. gesucht und diese Länge bei u in zwei gleiche Theile getheilt. Fu = uH ist der gesuchte Halbmesser ge Fig. 441. des Cylinders. Auf eine Linie yz wird die gegebene Höhe eh Fig. 436. gesetzt, und aus den Puncten e, h werden auf yz senkrecht die Linien ep, eq und hr, hs gezogen. Auf ep und hr wird Fu Fig. 440. von e bis g und von h bis i getragen, dann gm gleich lang mit gi gemacht und die Diagonale im gezogen. Die Diagonale im wird ferner von g bis n gesetzt und ge bei o in zwei gleiche Theile getheilt. E′F′ Fig. 442. wird gleich lang mit on Fig. 441., F′G′ Fig. 442. aber gleich

---

*) Da hier die Höhe eh = 1 Zoll angenommen worden ist, eine Größe aber, durch 1 dividirt, sich gleich bleibt, so muß auch WX gleich sein mit ST.

lang mit mn Fig. 441. gemacht und nach Aufgabe V. F'H' gesucht. kl Fig. 443. wird gleich lang mit cx Fig. 437. und kt Fig. 443. gleich lang mit ge Fig. 441. gemacht und tl Fig. 443., welches die Differenz zwischen kl und kt ist, wird bei v in zwei gleiche Theile getheilt. Ferner erhält E^2F^2 Fig. 444. gleiche Länge mit tv Fig. 443. und F^2G^2 gleiche Länge mit F'H' Fig. 442., worauf F^2H^2 nach Aufgabe V. auszumitteln ist. Dann wird a'b' Fig. 445. gleiche Länge mit ge Fig. 441. und b'c' gleiche Länge F^2H^2 Fig. 444, gegeben, a'c' Fig. 445. aber auf die Linie pq Fig. 441. von e bis a und von e bis b getragen, und aus den Puncten a, b, werden mit dem gegebenen Halbmesser cx Fig. 437. der Kugel die Bogen d'e' und f'g' beschrieben. Aus dem Durchschnittspuncte c dieser Bogen wird nun mit dem Halbmesser ca = cb der Bogen adxfb beschrieben, welchen hr und hs in d und f schneidet. ab ist der Durchmesser zu der gesuchten oberen Kreisfläche ADBE Fig. 446. der Zone und df Fig. 441. der Durchmesser zu der gesuchten unteren Kreisfläche adbe Fig. 446. derselben. Figur 447. stellt die Ansicht der Zone dar.

Anmerk. Die Auflösung dieser Aufgabe kann jedoch nur dann erfolgen, wenn die gegebenen Größen in richtigem Verhältnisse zu einander stehen.

Aufgabe LVI.

Die Grundfläche zu einem Gefäß auszumitteln, dessen Seitenwände nicht senkrecht auf der Grundfläche stehen, oder dessen Achse eine geneigte Lage gegen die Grundfläche hat.

Auflösung.

Da die Höhe eines Gefäßes, dessen Seitenwände oder dessen Achse eine schiefe Lage gegen die Grundfläche hat, nicht durch die schiefe Linie pi Taf. XIII. Fig. 204. oder fg Fig. 211., sondern durch eine Linie, welche senkrecht auf der Grundlinie steht, wie z. B. wx Fig. 204. oder i'k' Fig. 211. ist, bestimmt wird, so kann die Grundfläche des Gefäßes nach der vorgeschriebenen Figur aus gedachter Höhe und dem körperlichen Inhalte nach

den bereits mitgetheilten verschiedenen Verfahrungarten aufgefunden werden.

Vierte Abtheilung.

Die Grundfläche und die Höhe eines Gefäßes ist gegeben, der körperliche Inhalt desselben soll ausgemittelt werden.

Der körperliche Inhalt eines Gefäßes wird erhalten, wenn die gegebene Grundfläche desselben mit der Höhe, welche das Gefäß erhalten soll, multiplicirt wird.

Die durch die Multiplication nach Aufgabe III. mittels der Constructionen Taf. I. Fig. 10. 11. als Product erhaltene Länge NQ Fig. 11. wird dann nach Längenmaßeinheiten, z. B. Längenzollen, ausgemessen, und das Gefäß enthält eben so viele Cubik-Maßeinheiten, z. B. Cubikzolle, als die Linie NQ Längenmaßeinheiten, z. B. Längenzolle, mißt.

Die Ausmessung der Linie NQ kann am beßten mittels des hundert- oder tausendtheiligen Maßstabes geschehen, weil dann, wenn das Gefäß Bruchcubiktheile der Maßeinheit enthält, diese dann zugleich mit genau bestimmt werden können.

Aufgabe LVII.

Der Würfel.

Auflösung.

Die Länge der Seitenlinie von einer Seitenfläche des Würfels wird zum Würfel erhoben.

Beispiel. Die Linie ab Taf. XXIV. Fig. 449. sei gleich der Länge einer Seitenlinie des gegebenen Würfels Fig. 448. Der körperliche Inhalt desselben wird gefunden, wenn auf einer Linie yz Fig. 450. eine senkrechte Linie mw errichtet, diese unterhalb nach x hin verlängert, von m gegen y, mp gleich lang mit der Seitenlinie ab Fig. 449. gemacht, auf die Linie mx aber von m bis o eine Maßeinheit, z. B. 1 Zoll, gesetzt

wird. Die dadurch erhaltenen Puncte o, p werden durch eine Linie mit einander verbunden, diese bei q in zwei gleiche Theile getheilt und über q eine auf po senkrecht stehende Linie errichtet, welche mw in r berührt. Ferner wird aus dem Puncte r eine Linie ru gezogen, welche auf qr senkrecht steht. Diese schneidet die Linie yz in s. Wird nun st gleich lang mit sm gemacht, so giebt tp, nach Längenzollen ausgemessen, an, wie viele Cubikzolle der Würfel enthält. Da nun bei der Ausmessung der Linie pt gefunden wird, daß diese 8 Zoll lang ist, so ergiebt sich, daß der körperliche Inhalt des Würfels Fig 448. 8 Cubikzoll beträgt.

Aufgabe LVIII.

Viereckiges Prisma, dessen Grundfläche ein Quadrat ist.

Auflösung.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird gesucht und dieser mit der Höhe multiplicirt.

Beispiel. Es sei das Prisma Taf. II. Figur 36. gegeben, dessen Grundfläche abcd Fig. 32. und dessen Höhe eh Fig. 35. ist. Die Anzahl Quadrat-Maßeinheiten, hier Quadratzolle, welche das Quadrat abcd Fig. 32. enthält, wird nach Aufgabe XII. mittels Fig. 33. in NQ gefunden. Um nun den körperlichen Inhalt auszumitteln, wird NQ mit der Höhe eh Fig. 35. multiplicirt, indem EF Taf. XXIV. Fig. 451. gleich lang mit eh Fig. 35. und FG Fig. 451. gleich lang mit NQ Fig. 33. gemacht wird, ferner FH Fig. 451. nach Aufgabe III. gesucht. Nun wird M′L′ Fig. 452. gleich lang mit FH Fig. 451. gemacht und N′Q′ Fig. 452. nach Aufgabe III. gesucht. So viele Längenzolle N′Q′ mißt, eben so viele Cubikzolle enthält auch das Prisma Fig. 36., nämlich in dem angenommenen Beispiele 6 Cubikzoll.

Anmerkung. Die Erläuterung zu Ausmittelung des körperlichen Inhalts prismatischer Gefäße, deren Grundflächen andere geradlinige Figuren bilden, ferner des Cylinders und eines Gefäßes mit einer elliptischen Grundfläche wird entbehrlich sein, da hierbei das Verfahren durchgängig gleich mit obigem ist, indem es

dabei nur darauf ankommt, den Flächeninhalt der gegebenen Grundfläche auszumitteln und diesen mit der bestimmten Höhe zu multipliciren. Zu Auffindung des Flächeninhaltes geradliniger Figuren ist aber bereits in den Aufgaben der ersten Abtheilung Anweisung ertheilt worden, und zwar von länglichen Rechtecken in Aufgabe XII. Fig. 45. 46. 47, von der gleichseitigen Raute in Aufgabe XIII. Fig. 52. 53. 54., von der länglichen Raute in Aufgabe XIV. Fig. 58. 59. 60., von den Dreiecken in Aufgabe XV. Fig. 65. 66 67. 71. 75. 79., von den regulären Vielecken in Aufgabe XVI. Fig. 83. 84. 85. 86., von vielseitigen Grundflächen, bei denen nur die einander gegenüber stehenden Seiten und Winkel gleiche Länge und Größe haben, in Aufgabe XVII. Fig. 90. 91. 92. 93. 94. 95 96. 97. 86, von unregelmäßigen Vielecken in Aufgabe XVIII. Fig. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111., ferner vom Kreise als Grundfläche des Cylinders in Aufgabe XXI. Fig. 136. 137. 138. 139., endlich zu einer elliptischen Grundfläche in Aufgabe XXIV. Figur 167. 168. 169. 170. 171. 172.

Aufgabe LIX.

Die Pyramide.

Auflösung.

Der Flächeninhalt der Grundfläche wird nach den in den oben erwähnten Aufgaben enthaltenen Verfahrungarten ausgemittelt und dieser mit dem dritten Theile der gegebenen Höhe multiplicirt.

Beispiel. Die Grundfläche einer Pyramide Taf. XXIV. Fig. 453. sei das gleichseitige Dreieck Taf. VII. Fig. 119. und deren Höhe he Taf. XXIV. Fig. 454. Die Grundfläche wird nach Aufgabe XIX. mittels Taf. VII. Fig. 120., Taf. VIII Fig. 121. in NQ erhalten, dann NQ mit $\frac{1}{3}$ der gegebenen Höhe eh Fig. 454. $= \frac{eh}{3} =$ hi nach Aufgabe III. mittels Taf. XXIV. Fig. 455., Taf. XXV. Fig. 456. multiplicirt und dadurch das Product N′Q′ gefunden. N′Q′, nach Längenzollen ausgemessen, giebt den körperlichen Inhalt der Pyramide in Cubikzollen, der hier 7, 750 $= 7\frac{3}{4}$ Cubikzoll ist.

Aufgabe LX.

Der Kegel.

Auflösung.

Als Grundfläche des Kegels Taf. XXV. Fig. 457. sei der Kreis Taf. IX. Fig. 143. und als Höhe hc Taf. XXV. Fig. 458. gegeben.

Der Flächeninhalt der Grundfläche Fig. 143. wird nach Anweisung der Aufgabe XXI. in NQ Taf. IX. Fig. 143. 144. 145. 146. aufgefunden und dieser mittels Taf. XXV. Fig. 459. 460. mit $\frac{1}{3}$ der Höhe he Fig. 458., nämlich mit hl nach Aufgabe III. multiplicirt und dadurch N′Q′ Fig. 460. als Product erhalten. Der körperliche Inhalt des Kegels ist dann in Cubikzollen der Anzahl Längenzolle gleich, welche N′Q′, nach Längenzollen ausgemessen, giebt, und dieser ist in dem angenommenen Beispiele 6 Cubikzoll.

Aufgabe LXI.

Die abgekürzte Pyramide, zu welcher die obere und untere Fläche gegeben ist.

Auflösung.

Die gegebene obere und untere Fläche wird, in sofern sie kein Quadrat ist, nach der bereits ertheilten Anweisung in ein solches verwandelt, und die Anzahl Quadrat-Maßeinheiten, welche jede dieser Flächen enthält, gesucht. Ferner werden die Seitenlinien gedachter Quadrate mit einander multiplicirt, und dieses Product wird zu der Summe des Flächeninhaltes der beiden Quadrate addirt. Die dadurch erhaltene Summe wird endlich mit dem dritten Theile der gegebenen Höhe multiplicirt.

Beispiel. Es sei ABCD Taf. VIII. Fig. 126. als Grundfläche, abcd aber als obere Fläche, und he Taf. XXV. Fig. 461. als Höhe der abgekürzten Pyramide Taf. VIII. Fig. 135. gegeben.

Da in dem angenommenen Beispiele die Grundfläche und die obere Fläche als Quadrate gegeben sind, so bedarf es hier keiner Verwandlung dieser Flächen in Quadrate. Die Anzahl Quadratzolle, welche die Grundfläche ABCD Fig. 126. enthält, wird nach Aufgabe XX Fig. 127. in NQ, und die der oberen Fläche abcd Fig. 126. mittels Fig. 128. in N′Q′, so wie auch das

Product der Seitenlinien AB, ab Fig. 126. der Quadrate von der Grundfläche und der oberen Fläche mittels Fig. 129. 130. in N^2Q^2 aufgefunden und die Summe des Flächeninhaltes der Grundfläche und der oberen Fläche nebst dem Producte aus den Seitenlinien der Quadrate mittels Fig. 131. in fi erhalten. Nun wird die Summe fi mit $\frac{1}{3}$ der Höhe he Fig. 461. = hi nach Aufgabe III. mittels Taf. XXV. Fig. 462. 463. multiplicirt, und wenn man das Product N^3Q^3 nach Längenzollen ausmißt, so giebt die Anzahl derselben an, wie viele Cubikzolle die abgekürzte Pyramide enthält, nämlich hier 5 Cubikzolle.

Aufgabe LXII.

Abgekürzter Kegel, zu welchem die untere und obere Kreisfläche gegeben ist.

Auflösung.

Der Halbmesser der gegebenen unteren und oberen Kreisfläche wird zum Quadrate erhoben, beide Halbmesser werden mit einander multiplicirt und dann die Quadrate der Halbmesser und das Product aus denselben addirt. Die erhaltene Summe wird als der Halbmesser eines Kreises angenommen, und zu demselben die Peripherie gesucht, welche, mit dem dritten Theile der gegebenen Höhe multiplicirt, den körperlichen Inhalt des Gefäßes bestimmt.

Beispiel. Zu dem abgekürzten Kegel Taf. X. Fig. 166. sei als untere Kreisfläche ADBE Fig. 153., als obere aber adbe und als Höhe eh Taf. XXV. Fig. 464. gegeben.

Die Halbmesser AC und aC Fig. 153. sind nach Aufgabe XXIII. und VI. mittels Taf. X. Fig. 154. 155. zu Quadraten zu erheben und dann die beiden Halbmesser AC, aC mittels Fig. 156, 157. mit einander zu multipliciren. Die beiden Quadrate der Halbmesser und das Product aus denselben sind nun Fig. 158. zu addiren. Die erhaltene Summe gk dieser Größen wird als Durchmesser a′b′ des Kreises a′d′b′e′ Fig. 159. angenommen, die Länge der Peripherie desselben nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung in np Fig. 160. gesucht und diese mittels Taf. XXV. Fig. 465. 466. mit dem dritten

Theile hi der gegebenen Höhe he Fig. 464. multiplicirt. Das Product N^3Q^3 Fig. 466., nach Längenzollen ausgemessen, giebt den körperlichen Inhalt des abgekürzten Kegels in Cubikzollen, der in dem angenommenen Beispiele 12½ Cubikzoll beträgt.

Aufgabe LXIII.

Die Kugel.

Auflösung.

Der Flächeninhalt eines Kreises, welcher den größten Durchmesser der Kugel zum Durchmesser hat, wird ausgemittelt und dieser mit dem gedachten Durchmesser multiplicirt. Zwei Drittel des Products ist der körperliche Inhalt der Kugel.

Beispiel. Gegeben ist der größte Durchmesser ab Taf. XXV. Fig. 468. der Kugel Fig. 467. Nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung wird die Peripherie des Kreises adbe Fig. 468. gesucht und in np Fig. 469. aufgefunden. Diese wird mit do Fig. 468. als dem vierten Theile des Durchmessers ab mittels Fig. 470. 471. nach Aufgabe III. multiplicirt und dadurch das Product NQ Fig. 471. erhalten. Der größte Durchmesser ab Fig. 468. der Kugel wird auf eine Linie ik Fig. 472. getragen und in drei gleiche Theile getheilt. Die Länge von ⅔ dieser Linie = fh wird mit dem Flächeninhalte des Kreises, oder mit NQ Fig. 471. mittels der Constructionen Taf. XXV. Fig. 473. Taf. XXVI. Fig. 474. nach Aufgabe III. multiplicirt. Das Product N′Q′ Fig 474., nach Längenzollen ausgemessen, giebt an, wie viele Cubikzolle die Kugel enthält. Der körperliche Inhalt der Kugel wird in dem angenommenen Beispiele zu 7 Cubikzoll gefunden.

Aufgabe LXIV.

Die Halbkugel.

Auflösung.

Der körperliche Inhalt einer Halbkugel wird ausgemittelt, wenn nach dem gegebenen Durchmesser derselben der Inhalt ei-

ner Kugel nach der in der vorhergehenden Aufgabe enthaltenen Anweisung gesucht und von diesem die Hälfte genommen wird.

Aufgabe LXV.

Der Kugelabschnitt, zu welchem die Kreisfläche und die Höhe gegeben ist.

Auflösung.

Der Halbmesser der gegebenen kreisförmigen Oberfläche des Kugelabschnittes wird zum Quadrat erhoben, dieses halbirt und diese Hälfte mit der gegebenen Höhe multiplicirt. Ferner wird die Höhe zum Würfel erhoben und dieser durch 6 dividirt. Der Quotient wird dann zu dem Producte aus dem halben Quadrate des Durchmessers mit der Höhe multiplicirt, addirt und die Summe als Durchmesser eines Kreises angenommen, zu welchem die Peripherie gesucht wird. Diese, nach Längenmaßeinheiten ausgemessen, giebt die Anzahl der körperlichen Maßeinheiten an, welche der Kugelabschnitt enthält.

Beispiel. Zu dem Kugelabschnitte Taf. XXVI. Figur 475. sei als Durchmesser AB Fig. 476. der oberen Kreisfläche und als Höhe he Fig. 477. gegeben.

Das Quadrat des Halbmessers AC = CB Fig. 476. der kreisförmigen Oberfläche wird nach Aufgabe VI. mittels der Construction Fig. 478. in NQ erhalten, dann NQ auf eine Linie tu Fig. 479. von k bis l getragen und bei m in zwei gleiche Theile getheilt. Wird nun km = ml mit der Höhe he Fig. 477. nach Aufgabe III. multiplicirt, so ist das mittels der Constructionen Fig. 480. 481. erhaltene Product N'Q'. Ferner wird die Höhe he Fig. 477. zum Würfel mittels Fig. 482. erhoben, wenn dabei nach der in Aufgabe LVII. Fig. 450. enthaltenen Anweisung verfahren und dabei mp gleich mit der gegebenen Höhe he Fig. 477. gemacht wird. Die dadurch aufgefundene Länge pt wird nach Aufgabe IV. durch 6 Zoll mittels der Construction Fig. 483. dividirt und der Quotient WX zu N'Q' Fig. 481. addirt, indem auf eine Linie yz Fig. 484. WX Fig. 483. von i bis k Fig. 484. und N'Q' Fig. 481. von k bis l Fig. 484. getragen und dadurch die Summe il erhalten wird. Diese Summe il wird als Durchmesser ab eines Kreises

selbe Fig. 485. angenommen, zu welchem die Länge der Peripherie nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung auszumitteln ist. Diese np Fig. 486., nach Längenzollen ausgemessen, bestimmt die Anzahl Cubikzolle, die der Kugelabschnitt enthält, welcher in dem hier angenommenen Beispiele 12 Cubikzoll beträgt.

Aufgabe LXVI.

Zone, dazu gegeben die obere und untere Kreisfläche, die Höhe und der Halbmesser der Kugel, von der sie ein Theil ist.

Auflösung.

Der körperliche Inhalt der Taf. XXVI. Fig. 487. dargestellten Zone soll ausgemittelt werden, bei welcher Fig. 488. die obere Kreisfläche, Fig. 489. die untere Kreisfläche, Fig. 490. die Höhe HE, und Fig. 491. der Halbmesser CX. der Kugel sein soll, von der die Zone ein Theil ist.

Auf eine Linie uv Fig. 492. wird der Halbmesser FH = HG Fig. 488. der oberen Kreisfläche der Zone von f bis h und von h bis g Fig. 492. getragen, aus h eine senkrechte Linie ht errichtet, diese unterwärts nach s hin verlängert und aus f mit dem Halbmesser CX Fig. 491. der Kugel der Bogen lm Fig. 492. beschrieben, welcher die senkrechte Linie ht in c schneidet. Von h bis e wird die gegebene Höhe HE Fig. 490. der Zone gesetzt, ik Fig. 492. durch e parallel mit fg gezogen und aus c mit dem Halbmesser cf der Bogen fikg beschrieben. fikg ist dann der Querschnitt der Zone und ixk der Querschnitt des Ergänzungkugelabschnittes, welcher zusammen mit der Zone fikg den Kugelabschnitt fixkg bildet. Die Höhe des ersteren ist ex und die des letzteren hx. Der körperliche Inhalt der Zone fikg wird erhalten, wenn der körperliche Inhalt des Ergänzungkugelabschnittes ixk von dem des Kugelabschnittes fixkg abgezogen wird.

Um den körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes fixkg auszumitteln, wird die Höhe hx Fig. 492. = h'x' Fig. 493. dieses Kugelabschnittes bei s' und t' in drei gleiche Theile getheilt und ein solcher Theil h's' von dem Halbmesser CX

Fig. 491. der Kugel abgezogen. Zu diesem Behufe wird auf eine Linie a^2b^2 Fig. 494. die Länge CX Fig. 491. von w bis y Fig. 494. und h's' Fig. 493. von w bis x Fig. 494. gesetzt, wo dann xy, nach Aufgabe II., als Rest bleibt. Ferner wird die Höhe hx Fig. 492. des Kugelabschnittes fixkg in Fig. 495. nach Aufgabe VI. zum Quadrat erhoben, dessen Inhalt NQ ist. NQ wird als Durchmesser ab eines Kreises adbe Fig. 496 angenommen und zu diesem Kreise die Länge der Peripherie, nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung, gesucht, welche np Fig. 497. ist. Diese Länge np wird nun mit dem Halbmesser der Kugel, weniger den dritten Theil der Höhe des Kugelabschnittes, oder mit xy Fig. 494. nach Aufgabe III. mittels Fig. 498. 499. multiplicirt und als Product N'Q' Fig. 499. erhalten, welche Länge, nach Längenzollen ausgemessen, den körperlichen Inhalt des Kugelabschnittes fixkg in Cubikzollen angiebt.

Eben so wird der körperliche Inhalt des Ergänzungkugelabschnittes ixk Fig. 492. gesucht. Es wird nämlich die Höhe ex = e'x' Fig. 500. dieses Kugelabschnittes bei s^2t^2 in drei gleiche Theile getheilt und von dem Halbmesser CX Fig. 491. der Kugel mittels Fig. 501. abgezogen, wo dann $y'x^2$ als Rest bleibt. Hierauf wird ex Fig. 492. nach dem Zusatze zu Aufgabe III. — weil ex hier kein Ganzes der Maßeinheit, sondern nur ein Bruchtheil derselben ist — mittels Fig. 502. zum Quadrat erhoben und dieses N^2Q^2 als Durchmesser a'b' des Kreises a'd'b'c' Fig. 503. angenommen und die Länge der Peripherie desselben, nach der in Aufgabe XXI. enthaltenen Anweisung, in n'p' Fig. 504. aufgefunden. Die Länge n'p' wird mit $y'x^2$ Fig. 501. mittels Taf. XXVII. Fig. 505. 506. multiplicirt und durch das Product N^3Q^3 Fig. 506. der körperliche Inhalt des Ergänzungabschnittes ixk Fig. 492. bestimmt, indem derselbe eben so viele Cubikzolle enthält, als N^3Q^3 Längenzolle in sich faßt.

Wird nun N^3Q^3 Fig. 506. von N'Q' Fig. 499. nach Aufgabe II. abgezogen, so giebt der Rest EG Fig. 507., nach Längenzollen ausgemessen, an, wie groß der gesuchte körperliche

Inhalt der Zone, deren Querschnitt fikg Fig. 492. und deren Ansicht Fig. 487. darstellt, in Cubikzollen ist, hier z. B. 14 Cubikzoll.

Fünfte Abtheilung.

Vergrößerung und Verkleinerung des körperlichen Inhaltes eines Gefäßes nach einem gegebenen Verhältnisse.

Aufgabe LXVII.

Vergrößerung eines Gefäßes.

Auflösung.

Es wird eine Abmessung des gegebenen Gefäßes — wozu am beßten die längste gewählt wird — mit der Cubikwurzel aus der Zahl, welche anzeigt, um wie viele Mal das Gefäß seinem körperlichen Inhalte nach vergrößert werden soll, multiplicirt. Das Product giebt dann die Größe der nämlichen Abmessung zu dem gesuchten vergrößerten Gefäße. Ist auf diese Art eine Abmessung des Gefäßes ausgemittelt, so lassen sich die übrigen Abmessungen durch eine einfachere Verfahrungart, die in Folgendem näher angegeben werden soll, auffinden.

Beispiel. Das Gefäß Taf. XXVII. Fig. 508., welches die Form eines viereckigen Prisma hat, soll seinem körperlichen Inhalte nach viermal vergrößert werden. Die Grundfläche desselben sei ABCD Fig. 509. und seine Höhe HE Fig. 510.

Die Zahl, welche angiebt, um wie viele Mal das Gefäß vergrößert werden soll, wird in Längenmaßeinheiten ausgedrückt und aus derselben die Cubikwurzel gezogen, daher hier aus 4 Zollen die Cubikwurzel zu ziehen ist.

Um die Cubikwurzel aus einer gegebenen Zahl auszuziehen, wird diese, hier z. B. 4 Zoll, auf eine Linie IK Fig. 511. von a bis b getragen — wobei zu bemerken ist, daß, wenn die Zahl,

aus welcher die Cubikwurzel gezogen werden soll, Bruch-Cubik-Maßeinheiten mit enthält, auch diese von a bis b, in Bruchlängenzollen ausgedrückt, mit aufgetragen werden —. Ferner wird aus a eine auf IK senkrecht stehende Linie aL errichtet, diese auch unterhalb IK nach M hin verlängert und von a bis d, so wie auch von a bis e eine Maßeinheit, hier z. B. 1 Zoll, gesetzt. Die Länge db wird bei c in zwei gleiche Theile getheilt und aus c mit dem Halbmesser cb = cd der Bogen df beschrieben, welcher die senkrechte Linie aL in g schneidet. Hierauf wird die Länge ge bei k in zwei gleiche Theile getheilt und mit dem Halbmesser ke = kg aus k der Bogen eh beschrieben, welcher IK in i schneidet Nun wird die Länge ib bei c′ in zwei gleiche Theile getheilt und mit dem Halbmesser c′b = c′i aus c′ der Bogen il beschrieben, welcher aL in m schneidet. Ferner wird zwischen diesem aufgefundenen Puncte m und e die Mitte bei k′ gesucht und aus k′ mit dem Halbmesser k′m = k′e der Bogen en beschrieben, welcher IK in o schneidet. Dieses Verfahren wird abwechselnd auf der senkrechten Linie LM und auf der horizontalen Linie IK so lange fortgesetzt, bis die Schnittpuncte auf der horizontalen Linie IK so unmerklich von einander abstehend ausfallen, daß ihr Unterschied fast ganz unbemerkbar wird. In Fig. 511. tritt dieser Fall — da die Figur nur eine geringe Größe hat — schon bei den auf der Linie IK gefundenen Puncten os ein, und würde das Verfahren noch fortgesetzt, so würde der Punct s mit dem folgenden Puncte so nahe zusammentreffen, daß sich kein Unterschied mehr wahrnehmen lassen würde.

Die durch diese Verfahrungart aufgefundene Länge as ist die gesuchte Cubikwurzel aus ab. Wird nun die Höhe EH Fig. 510. als die längste Abmessung des gegebenen Gefäßes mit der Cubikwurzel aus ab, nämlich mit as, multiplicirt, so giebt das Product die gesuchte Länge der gleichnamigen Abmessung, hier die Höhe eines Gefäßes, welches dem körperlichen Inhalte nach viermal größer ist als das gegebene. Um die Multiplication auszuüben, wird EF Fig. 512. gleich lang mit as Fig. 511., FG aber gleich lang mit EH Fig. 510. gemacht, und FH Fig. 512. nach Aufgabe III. gesucht, ferner LM Fig. 513. gleiche Länge mit FH Fig. 512. gegeben und NQ Fig. 513. als die

gesuchte Höhe des vergrößerten Gefäßes, nach eben dieser Aufgabe aufgefunden.

Die übrigen Abmessungen des Gefäßes können aufgefunden werden, wenn ein rechter Winkel s'l t' Fig. 514. gezeichnet und auf die Schenkel desselben die Fig. 513. ausgemittelte Höhe NQ von l' bis i' und von l' bis m' Fig. 514. getragen, auch i'm' durch eine Linie verbunden wird, von i' bis k' aber die Höhe EH Fig. 510. des gegebenen Gefäßes gesetzt und k'r' parallel mit l't' gezogen wird. Um nun die Größe der Seite a'b' = d'c' Fig. 515. zu der Grundfläche des vergrößerten Gefäßes zu erhalten, welche mit der Seite AB = DC Fig. 509 gleichnamig ist, wird auf die Linie k'r' Fig. 514., k'p' gleich lang mit AB Fig. 509. gemacht, durch i und p' Fig. 514. die Linie i'p' gezogen', welche verlängert l'm' in n' schneidet. l'n' ist die gesuchte Länge der Seitenlinie a'b' = d'c' Fig. 515. der Grundfläche des vergrößerten Gefäßes. Eben so wird bei Auffindung der anderen Seitenlinie a'd' = b'c' der Grundfläche verfahren, indem AD = BC Fig. 509. von k' bis q' Fig. 514. getragen und die Linie i'q' gezogen wird, deren Verlängerung l'm' in o' schneidet, und l'o' ist die Seitenlinie a'd' = b'c' Fig. 515. der gesuchten Grundfläche. Die Grundfläche a'b'c'd' des viermal vergrößerten Gefäßes kann nun aufgezeichnet werden, und da die Höhe h'e' Fig. 516. des vergrößerten Gefäßes bereits ausgemittelt, nämlich in NQ Fig. 513. gefunden worden ist, so sind die Abmessungen des vergrößerten Gefäßes, dessen Ansicht Fig. 517. darstellt, bestimmt.

Anmerk. 1. Diese Verfahrungart kann bei Gefäßen von anderer Form durchgängig angewendet werden, indem alle Abmessungen, durch welche die Größe des Gefäßes bestimmt wird, sich auf gleiche Weise auffinden lassen.

Anmerk. 2. Sollte die Zahl, durch welche die Vergrößerung bestimmt wird, klein sein und daher ab Fig. 511. nur eine geringe Länge erhalten, so daß die Schnittpuncte auf den Linien IK und LM bald zusammmenfallen würden, so kann in der Art verfahren werden, wie in der folgenden Aufgabe zu Vergrößerung der Linie ab Anweisung ertheilt worden ist, wobei jedoch das in Fig. 511. gegebene Verfahren beibehalten werden muß.

Aufgabe LXVIII.

Verkleinerung eines Gefäßes.

Auflösung.

Die Verfahrungart ist zwar durchgängig der bei Vergrößerung der Gefäße gleich, da aber die Linien, mittels welcher die Cubikwurzel — wie aus Fig 521. zu ersehen ist — eine so geringe Länge erhalten, daß bei Ausführung der Construction die Schnittpuncte bald zusammenfallen, so thut man wohl, die Construction nach einem vergrößerten Maßstabe zu fertigen und das erhaltene Resultat dann auf den gewöhnlichen Maßstab zu reduciren.

Beispiel. Die Pyramide Taf. XXVII. Fig. 518., deren Grundfläche ABCD Fig. 519. und deren Höhe HE Fig. 520. ist, soll ihrem körperlichen Inhalte nach um die Hälfte kleiner gemacht werden. Hier ist aus $\frac{1}{2}$ die Cubikwurzel zu ziehen und daher ab Figur 521. einem halben Zoll gleich zu machen. Da aber bei der geringen Länge von ab, wie bereits erwähnt worden ist, kein genaues Resultat erhalten werden kann, so muß ab vergrößert werden, so wie dieses z. B. in Taf. XXVIII. Fig. 522. um sechsmal geschehen ist. Dann muß man aber auch ae und ad um sechsmal vergrößern, mithin müssen von a bis e und a bis d, statt 1 Zoll, 6 Zoll gesetzt werden. Dann wird wie in der vorhergehenden Aufgabe verfahren, um aw zu erhalten. Die aufgefundene Länge aw ist die Cubikwurzel aus ba, welche nun von R bis S Fig. 523. aufzutragen, ST aber der in Zollen ausgedrückten Zahl, welche die geschehene Vergrößerung bezeichnet, gleich zu machen ist, weßhalb hier ST die Länge von 6 Zollen gegeben werden muß, worauf WX nach Aufgabe IV. zu suchen ist. WX ist dann die gesuchte Cubikwurzel aus $\frac{1}{2}$ nach dem gewöhnlichen Maßstabe. Da nun HE Fig. 520. die größte Abmessung des Gefäßes ist, so wird diese mit WX Fig. 523. als der Cubikwurzel aus $\frac{1}{2}$ mittels Fig. 524., 525. nach Aufgabe III. multiplicirt und dadurch als Höhe he Fig. 526 der verkleinerten Pyramide NQ Fig. 525. erhalten. Auf die Schenkel l's' und l't' des rechten Winkels s'l't' Figur 527. wird die Höhe HE Fig. 520. des gegebenen pyramidalischen Gefäßes von l' bis i' und von l' bis m' getragen, ferner von

i' k' die aufgefundene Höhe he Fig. 526. der verkleinerten Pyramide gesetzt, k'r' parallel mit l' t' gezogen und von l' bis q' eine Seitenlinie AB = BC = CD = DA der quadratischen Grundfläche ABCD Fig. 519. des gegebenen Gefäßes aufgetragen. Wird nun q' i' durch eine Linie verbunden, so durchschneidet diese k'r' in p', und k'p' ist die gesuchte Größe der Seitenlinie der quadratischen Grundfläche a'b'c'd' Fig. 528. des um die Hälfte verkleinerten Gefäßes Fig. 529.

Anhang.

Erklärung der mathematischen Benennungen, welche in vorstehender Abhandlung vorkommen.

Eine abgekürzte Pyramide Fig. 135. entsteht, wenn die obere Spitze einer Pyramide parallel mit der Grundfläche abgeschnitten wird. Taf. VIII. Fig. 135.

Der abgekürzte Kegel Fig. 166. wird auf gleiche Art gebildet. Taf. X. Fig. 166.

Addition (Zusammenzählung). Das Zeichen der Addition ist +, und dieses zeigt an, daß die Größen, zwischen welche es gesetzt worden ist, addirt werden sollen, z. B. 3 + 8 + 13 = 24.

Die Achse des Cylinders ist die gerade Linie ab Fig. 142., welche die Mittelpuncte der oberen und unteren Kreisfläche mit einander verbindet. Taf. IX. Fig. 142.

Die Achse des Kegels aber ist die gerade Linie cd Fig. 152. zwischen der Spitze des Kegels und dem Mittelpuncte seiner Grundfläche. Taf. X. Fig. 152.

Achsen der Ellipse. Eine mitten durch die Ellipse nach ihrer größten Ausdehnung gezogene Linie ik Fig. 167. wird ihre große Achse, und die durch ihre kleinste Ausdehnung gezogene Linie lm ihre kleine Achse genannt. Taf. XI. Fig. 167.

Cubikwurzel. Wenn eine Größe dreimal mit sich selbst multiplicirt wird, so erhält man einen Würfel oder Cubus dieser Größe. Die Größe, welche dreimal mit sich selbst

multiplicirt worden ist, wird dann die Cubikwurzel genannt. Z. B. 8 × 8 × 8 = 512, wo 8 die Cubikwurzel ist. Eben so wird bei einem Würfel Fig. 448. die Seitenlinie ad eines Quadrats abcd, aus dem seine Seitenflächen bestehen, die Cubikwurzel des Würfels genannt. Taf. XXIV. Fig. 448.

Der Cubus, m. s. Würfel.

Der Cylinder Fig. 142. ist ein Körper, dessen Grundfläche und obere Fläche Kreise bilden und bei dem die Seitenfläche senkrecht auf der Grundfläche steht. Taf. IX. Fig. 142.

Die Diagonale ist eine von einer Ecke d bis in die andere Ecke b des Quadrats abcd Fig. 252. gezogene Linie. Taf. XV. Fig. 252.

Die Differenz (Rest) ist die durch die Subtraction zu findende Größe. Z. B. bei 25 — 13 = 12 ist 12 die Differenz. Ferner wenn CD Fig. 6. von AB Fig. 5. abgezogen wird, so ist GF Fig. 7. die Differenz. Taf. I. Fig. 5. 6. 7.

Der Dividendus ist die Größe, welche dividirt werden soll. Ist z. B. 8 durch 2 zu dividiren, so ist 8 der Dividendus, oder wenn AB Fig. 17. durch CD Fig. 18. dividirt werden soll, so ist AB der Dividendus. Taf. I. Fig. 17. 18.

Division (Theilung). Das Zeichen der Division ist :, steht dieses Zeichen zwischen zwei Größen, so zeigt es an, daß eine durch die andere dividirt werden soll. Z. B. 312 : 8 = 39.

Der Divisor ist eine Größe, durch welche eine andere dividirt werden soll. Ist z. B. 259 durch 7 zu dividiren, so ist 7 der Divisor; oder wenn AB Fig. 17. durch CD Fig. 18. dividirt werden soll, so ist CD der Divisor. Taf. I. Figur 17. 18.

Das Dreieck Fig. 65. 71. 75. 79. ist eine geradlinige Figur, welche drei Seiten hat, und in der sich drei Winkel befinden. Taf. IV. Fig. 65. Taf. V. Fig. 71. 75. 79.

Der Durchmesser (Diameter) eines Kreises ist eine von einem Puncte A Fig. 188. der Peripherie bis zu einem andern Puncte B derselben durch den Mittelpunct C gezogene Linie AB. Taf. XII. Fig. 188.

Bayerische Staatsbibliothek München

Die Ellipse ist eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie ae′cg′bk′dc′ Fig. 424., welche die Puncte n, o umgiebt, und in welcher die Summe der Abstände jeden Punctes, z. B. e′ von jenen beiden Puncten, ne′ + oe′ stets einerlei Größe behält. Taf. XXIII. Fig. 424.

Factoren werden die beiden Größen genannt, welche mit einander multiplicirt werden sollen. Ist z. B. 16 mit 5 zu multipliciren, so sind 16 und 5 die Factoren. So sind auch AB Fig. 8. und CD Fig. 9. Factoren. Taf. I. Fig. 8. 9.

Eine Figur ist ein Raum, welcher, allenthalben durch Linien begrenzt, eine ebene Fläche bildet.

Die Gleichheit oder gleiche Größe zweier Zahlen, Linien, Flächen oder Körper wird durch das Zeichen = bemerkt; so ist z. B. 4 = 4 oder 7 = 4 + 3 und WX Fig. 34 = eh Fig. 35. Taf. II. Fig. 34. 35.

Ein gleichschenkeliges Dreieck ist ein Dreieck, bei dem zwei Seiten ac und bc Fig. 295. gleiche Länge haben. Taf. XVII. Fig. 295.

Ein gleichseitiges Dreieck ist aber ein solches, bei dem alle drei Seiten ab, bc, ca Fig. 65. gleich lang sind. Taf. IV. Fig. 65.

Die Grundfläche wird diejenige Fläche eines Körpers genannt, auf welcher er ruht. So ist z. B abcd Fig. 36. die Grundfläche des Körpers abcdefgh. Taf. II. Fig. 36.

Die Halbkugel ist die Hälfte einer Kugel, bei welcher der Schnitt, wodurch die beiden Hälften gebildet worden sind, durch den Mittelpunct der Kugel geht.

Der Halbmesser (Radius) ist eine Linie ac oder dc oder bc Fig. 136., welche von dem Mittelpuncte c eines Kreises bis an seine Peripherie gezogen wird. Taf. VIII. Fig. 136.

Die Höhe der Körper ist die senkrechte Linie ae Fig. 36. zwischen seiner oberen Fläche efgh und seiner Grundfläche abcd. Geht die obere Fläche eines Körpers in einem Punct aus, wie in Fig. 152., so ist die Höhe desselben, de, zwischen diesem Puncte und der Grundfläche. Taf. II. Fig. 36. Taf. IX. Fig. 152.

Bayerische Staatsbibliothek München

Die Höhe schiefstehender Körper ist eine von ihrer oberen Fläche, oder aus ihrer Spitze, oder auch deren Verlängerung parallel mit der Grundfläche, senkrecht auf letztere gezogene Linie. So ist z. B. die Höhe des schiefstehenden Fünfeckes Fig. 204. WX, und die des schiefstehenden Kegels Fig. 211. ik. Taf. XIII. Fig. 204. 211.

Eine irreguläre Figur ist eine Figur, bei welcher die Seiten nicht gleiche Länge und die Winkel nicht gleiche Größe haben.

Der Kegel Fig. 152. ist ein Körper, welcher zur Grundfläche einen Kreis hat, und dessen obere Fläche in einem Punct endet, welcher seine Spitze genannt wird. Taf. IX. Fig. 152.

Der Kreis Fig. 188. ist eine krummlinige Figur, bei der alle Theile der krummen Linie ADBE gleiche Entfernung von dem Mittelpuncte C haben. Taf. XII. Fig. 188.

Der Kreisbogen ist ein Theil der Kreislinie ADBE Fig. 188. So ist z. B. FHI Fig. 23. ein Kreisbogen oder Theil einer Kreislinie, welche mit dem Halbmesser CF beschrieben worden ist. Taf. I. Fig. 23.

Die Kreisfläche ADBE Fig. 188. ist eine Ebene, welche durch eine Kreislinie eingeschlossen ist. Taf. XII. Fig. 188.

Die Kugel ist ein Körper, der von einer krummen Fläche dergestalt begrenzt wird, daß alle Puncte derselben von einem in seiner Mitte befindlichen Puncte überall gleich weit entfernt sind.

Der Kugelabschnitt Fig. 187, von dem ia'xc'k Fig. 180. das Profil ist, entsteht, wenn von einer Kugel in irgend einem Puncte ein Stück abgeschnitten wird, wobei jedoch der Schnitt eine ebene Fläche bilden muß. Die Schnittfläche ist jederzeit eine Kreisfläche. Taf. XII. Fig. 187. 180.

Die längliche Raute Fig. 58. enthält zwei spitze und zwei stumpfe Winkel, ferner haben nur die einander gegenüber liegenden Seiten dc, ab, und da, cb gleiche Länge. Taf. IV. Fig. 58.

Das längliche Viereck (Rechteck) Fig. 45. enthält vier rechte Winkel, die einander gegenüber stehenden Seiten ab, cd, und ad, bc haben aber nur gleiche Länge. Taf. III. Fig. 45.

Maßeinheit wird die zu Vergleichung der Größen angenommene Einheit genannt. Das gewöhnlich als Einheit angenommene Maß ist die Elle, der Fuß, der Zoll, die Linie, ferner der Metre mit seinen Unterabtheilungen u. s. f., und diese Maße heißen dann Längenmaßeinheiten. Werden aber Quadrate, deren Seitenlinien die Länge einer Elle, eines Fußes, eines Zolles, einer Linie u. s. f. haben, zur Ausmessung von Flächen angewendet, so nennt man ein solches Quadrat eine Quadrat-Maßeinheit.

Gebraucht man aber Würfel, deren Seitenlinien gleiche Größe mit einer Elle, einem Fuße, einem Zoll, einer Linie u. s. f. haben, zur Ausmessung der Körper, so erhält ein solcher Würfel oder Cubus den Namen: Cubik-Maßeinheit.

Der Minuendus ist bei der Subtraction diejenige Größe, von welcher etwas weggenommen werden soll. Z. B. bei 13 — 5 = 8 ist 13 der Minuendus, oder wenn CD Fig. 6. von AB Fig 5. abgezogen werden soll, so ist AB der Minuendus. Taf. I. Fig. 6. 5.

Der Mittelpunct C Fig. 188. eines Kreises ist ein Punct, welcher überall gleich weit von der Peripherie ADBE absteht und aus welchem diese beschrieben werden kann. Taf. XII. Fig. 188.

Mittlere Proportionallinie zwischen zwei Linien. Wenn AB Fig. 8. und CD Fig. 9. die gegebenen Linien sind, so ist FH Fig. 10. die mittlere Proportionallinie zwischen diesen beiden Linien. Es verhält sich nämlich AB zu FH, wie sich FH zu CD verhält. Taf. I. Fig. 8. 9. 10.

Multiplication (Vervielfältigung). Das Zeichen der Multiplication ist ×; wird dieses zwischen zwei Größen gesetzt, so zeigt es an, daß diese mit einander multiplicirt werden sollen. Z. B. 7 × 9 = 63.

Die obere Fläche eines Körpers ist diejenige Fläche desselben, welche der Grundfläche gegenüber steht. So ist z. B. efgh Fig. 36. die obere Fläche des Körpers abcdefgh. Taf. II. Fig. 36.

Das Parallelopipedum Fig. 36. ist ein Körper, welcher von sechs Rechtecken eingeschlossen ist, von denen die einander gegenüber liegenden gegenseitig parallel sind.

Parallellinien sind Linien, welche in allen Puncten gleich weit von einander abstehen.

Die Peripherie (der Umkreis) ist die reguläre krumme Linie ADBE Fig. 188., welche entsteht, wenn sich ein Punct A auf einer ebenen Fläche um einen festen Punct C stets in einerlei Entfernung von demselben herum bewegt. Taf. XII. Fig. 188.

Das Prisma Fig. 70. und 89. ist ein Körper, der zur Grund- und oberen Fläche gleiche und ähnliche Figuren hat, und dessen Seitenflächen aus eben so vielen Rechtecken bestehen, als jene Figuren Seiten haben. Taf. IV. Fig. 70. Taf. VI. Fig. 89.

Das Product ist eine Größe, welche durch die Multiplication erhalten wird. So ist z. B. bei $8 \times 9 = 72$, 72 das Product, oder wenn AB Fig. 8. mit CD Fig. 9. multiplicirt wird, so ist NQ Fig. 11. das Product. Taf. I. Fig. 8. 9. 11.

Die Pyramide Fig. 125. ist ein Körper, welcher eine geradlinige Figur zur Grundfläche hat und sich in einer Spitze endigt. Taf. VIII. Fig. 125.

Das Quadrat Fig. 20. hat vier gleich lange Seiten und vier rechte Winkel. Taf. I. Fig. 20.

Die Quadratwurzel ist die Zahl, durch deren Multiplication mit sich selbst eine Quadratzahl entsteht. So ist z. B. $8 \times 8 = 64 \square$, und 8 ist die Quadratwurzel von dem Quadrate 64. Bei einem Quadrate ABCD Fig. 20. ist eine Seitenlinie AB die Quadratwurzel desselben.

Der Quotient ist eine Größe, welche anzeigt, wie viele Mal der Divisor im Dividendus enthalten ist. Z. B bei $21 : 7 = 3$ ist 3 der Quotient; oder wenn AB Fig. 17. durch CD Fig. 18. dividirt werden soll, so ist WX Fig. 19. der Quotient. Taf. I. Fig. 17. 18. 19.

Die Raute Fig. 52. hat vier gleich lange Seiten und in derselben befinden sich zwei spitze und zwei stumpfe Winkel. Taf. III. Fig. 52.

Rechteck, m. s. längliches Viereck.

Rechte Winkel. Befinden sich über einer geraden Linie WX Fig. 10. zwei Winkel WFI und XFI, welche einen gemeinschaftlichen Schenkel FI und gleiche Größe haben, so sind dieß rechte Winkel. Taf. I. Fig. 10.

Das rechtwinkelige Dreieck Fig. 71. ist ein Dreieck, in welchem ein rechter Winkel adc angetroffen wird, die anderen beiden Winkel acd, cad aber spitze Winkel sind. Taf. V. Fig. 71.

Eine reguläre Figur hat gleich lange Seiten und gleich große Winkel.

Der Scheitelpunct eines Winkels ist der Punct u Fig 258., in welchem zwei Linien vu und wu zusammentreffen. Taf. XVI. Fig. 258.

Seiten einer Figur sind die Linien, durch welche eine eckige Figur umschlossen wird.

Schenkel eines Winkels. So werden die beiden Linien vu und wu Fig 258. genannt, welche den Winkel bilden.

Schiefe Winkel heißen diejenigen, welche keine rechte Winkel sind.

Schief stehende Körper Fig. 205. 209. 212. sind diejenigen, bei welchen die Seitenwände nicht rechtwinkelig auf der Grundfläche stehen, oder deren Achse keine senkrechte Richtung auf die Grundfläche hat. Taf. XIII. Fig. 205. 209. 212.

Seitenflächen der Körper sind die zwischen der oberen und Grundfläche sich befindenden Flächen, durch welche ein Körper eingeschlossen wird. So sind efba, fgcb, hgcd, head die Seitenflächen des Körpers Figur 36. Taf. II. Fig. 36.

Die Sehne ist eine gerade Linie ad Fig. 136., welche an ihren beiden Enden von der Peripherie eines Kreises begrenzt wird und die den Mittelpunct nicht berührt. Taf VIII. Fig. 136.

Senkrecht steht eine Linie IF Fig. 10. auf einer anderen WX, wenn die Winkel WFI und XFI gleich groß sind, oder rechte Winkel bilden. Taf. I. Fig. 10.

Ein spitzer Winkel dcf Fig. 304. ist derjenige, welcher kleiner als ein rechter Winkel ist. Taf. XVII. Fig. 304.

Ein spitzwinkeliges Dreieck abc Fig. 75. ist dasjenige, in dem alle drei Winkel spitze Winkel sind. Taf. V. Fig. 75.

Stumpf nennt man einen Winkel dcf Fig. 312., in welchem der eine Schenkel dc eine geringere Neigung zu dem andern cf hat als zur Verlängerung desselben cg, oder wenn derselbe größer als ein rechter Winkel ist. Tafel XVI. Fig. 312.

Das stumpfwinkelige Dreieck acb Fig. 79. enthält einen stumpfen Winkel abc und zwei spitze Winkel cab, acb. Taf. V. Fig. 79.

Subtraction (das Abziehen). Das Zeichen der Subtraction ist —, und wenn dieses zwischen zwei Größen gesetzt wird, so zeigt es an, daß eine Größe von der anderen abgezogen werden soll. Z. B. 7 — 3 = 4.

Der Subtrahendus ist die Größe, welche von einer anderen abgezogen werden soll. Z. B. bei 9 — 7 = 2 ist 7 der Subtrahendus, und wenn CD Fig. 6. von AB Fig. 5. abgezogen werden soll, so ist CD der Subtrahendus. Taf. I. Fig. 6. 5.

Die Summe ist die durch die Addition zu findende Größe. Z. B. bei 3 + 17 + 9 = 29, ist 29 die Summe. Ferner wenn AB Fig 1, CD Fig. 2. und EF Fig. 3 addirt werden sollen, so ist GK Fig. 4. die Summe. Taf. I. Fig. 1. 2. 3. 4.

Ein ungleichseitiges Dreieck abc Fig. 75. ist dasjenige, bei dem keine Seite gleiche Länge mit der anderen hat. Taf. V. Fig. 75.

Ein Winkel vuw Fig 258. wird gebildet, wenn die Endpuncte von zwei Linien vu, wu in einem Puncte u zusammentreffen. Taf. XVI. Fig. 258.

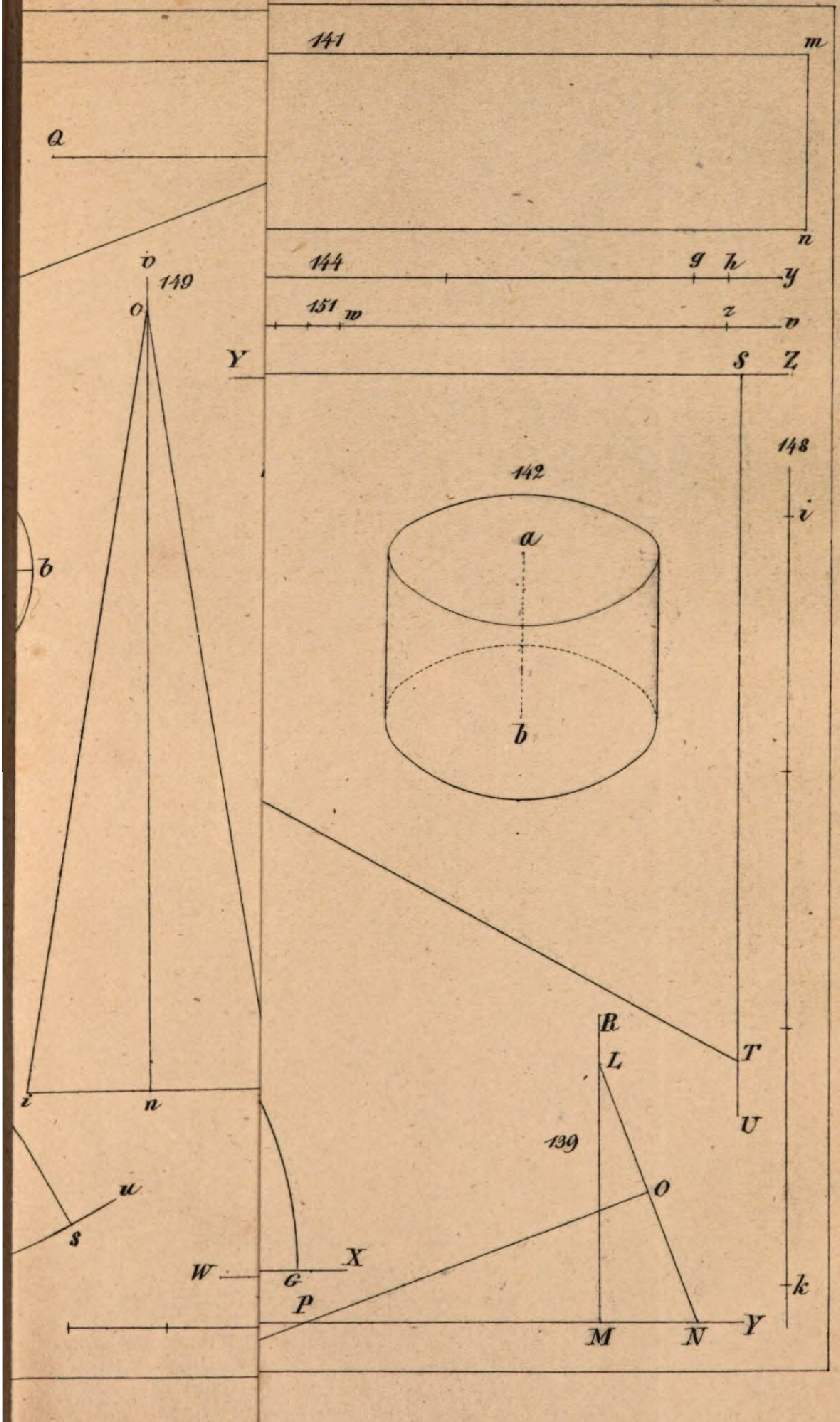
Ein Würfel (Cubus) Fig. 448. ist ein Körper, dessen sechs Seitenflächen Quadrate sind. Taf. XIV. Fig. 448.

Eine Zone Fig. 202. wird gebildet, wenn eine Kugel nach zwei parallel mit einander laufenden Linien ig und rs Fig. 201. durchschnitten wird. Taf. XIII. Fig. 202. 201.

Dresden, gedruckt in der Gärtner'schen Buchdruckerei.

e
h
J
Y

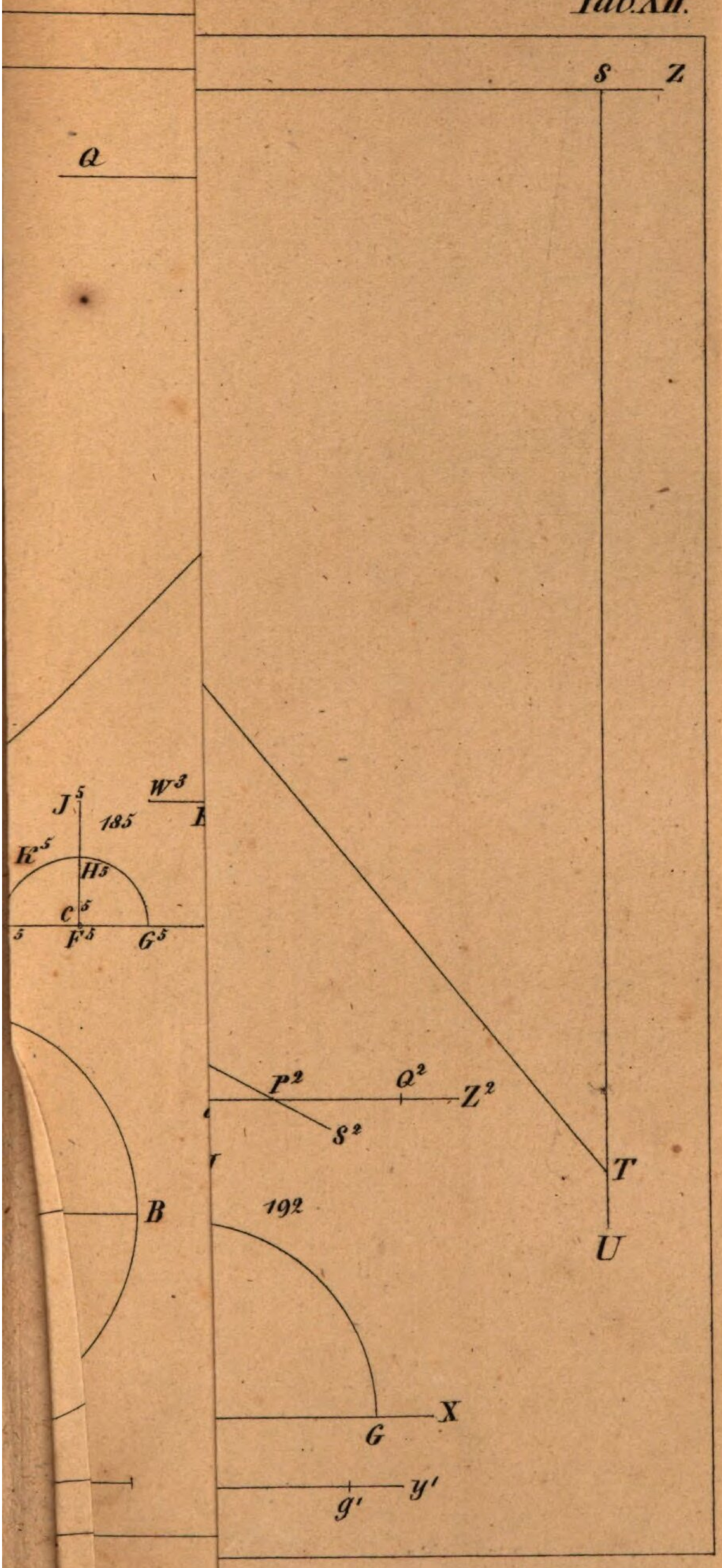
Tab. IX.



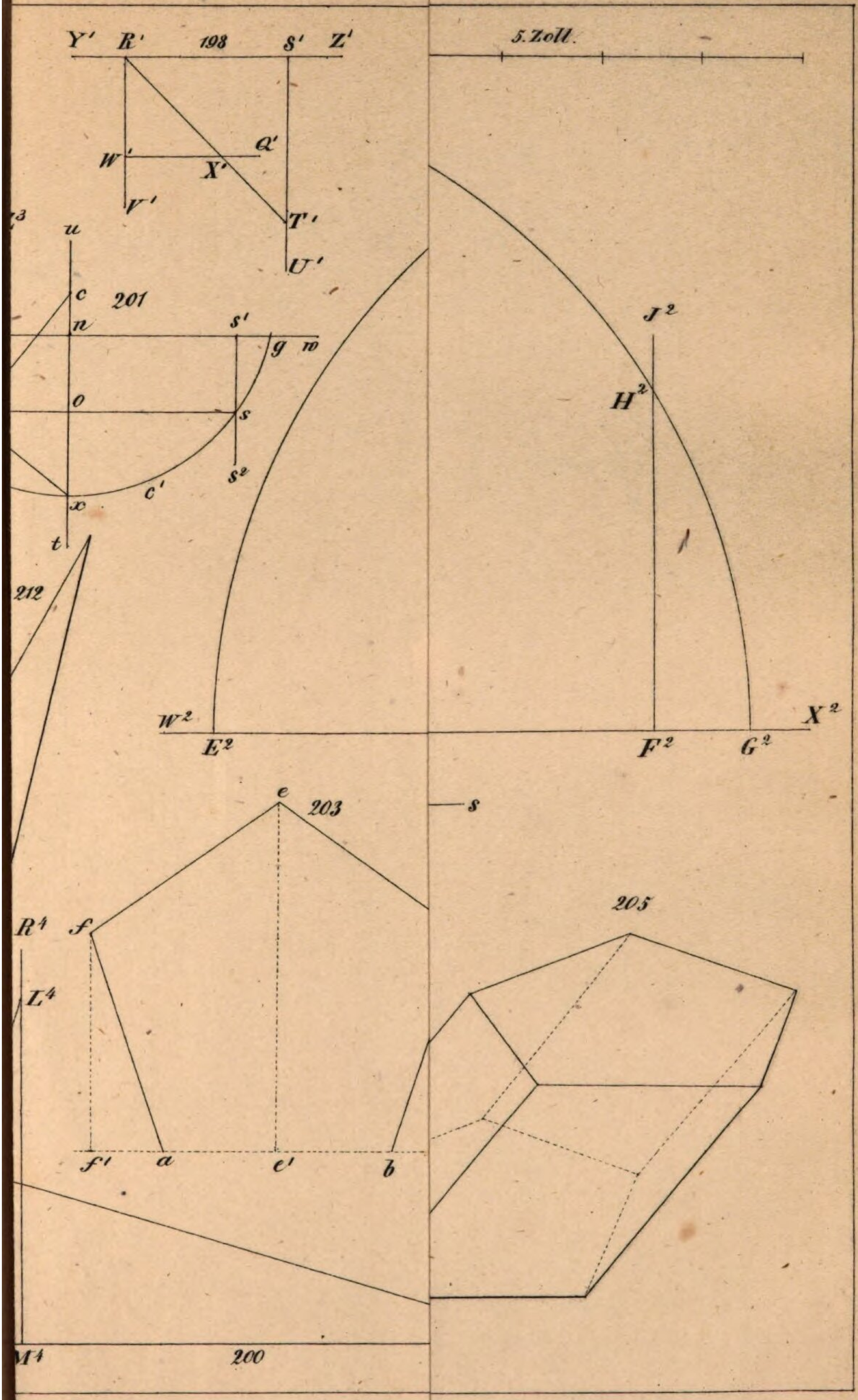
141
m
n
Q
144
g
h
y
151
w
z
v
Y
S
Z
149
o
142
a
b
148
i
k
T
U
R
L
139
O
u
s
W
G
X
P
M
N

159

Tab. XII.

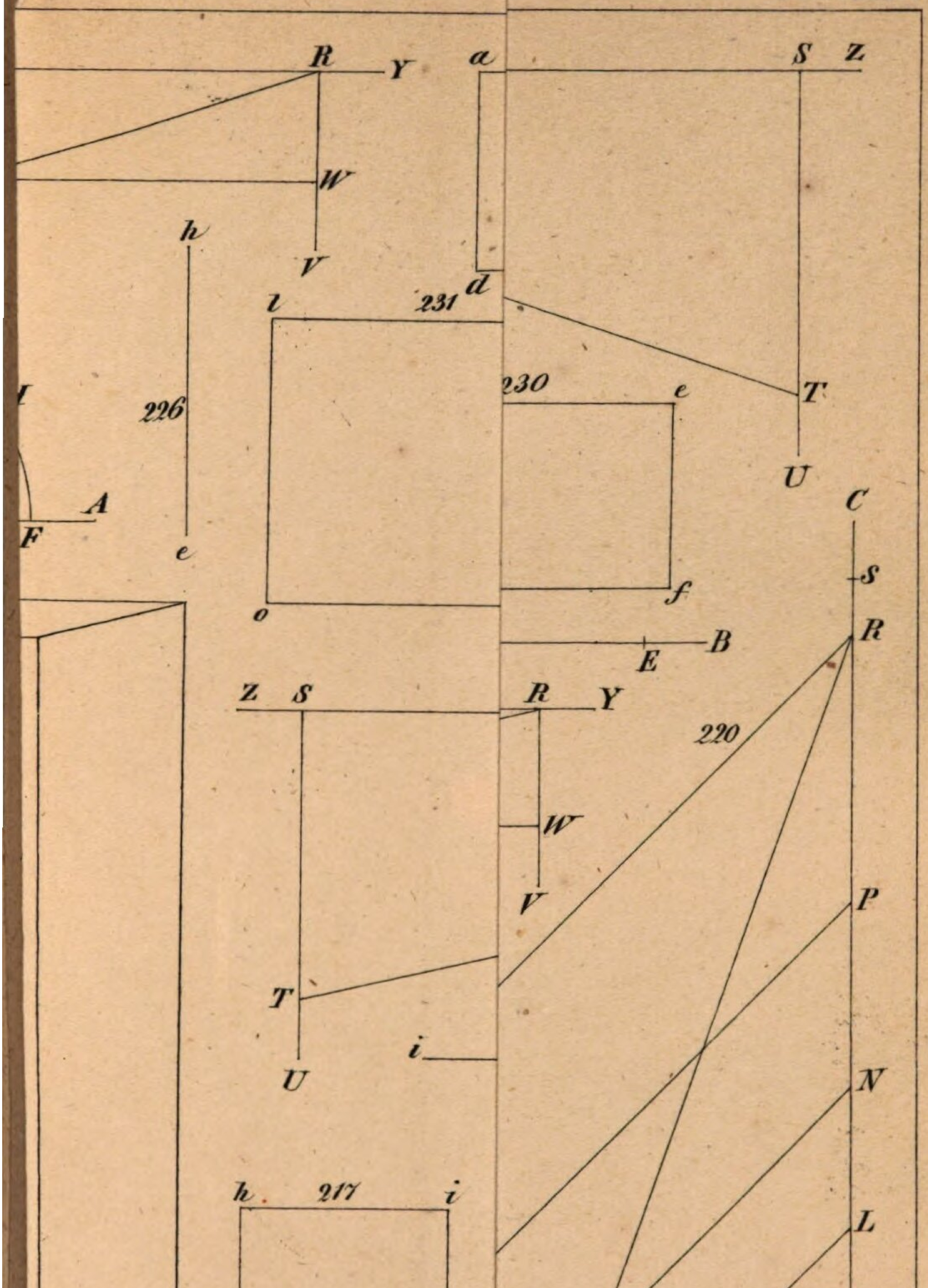


Tab. XIII.



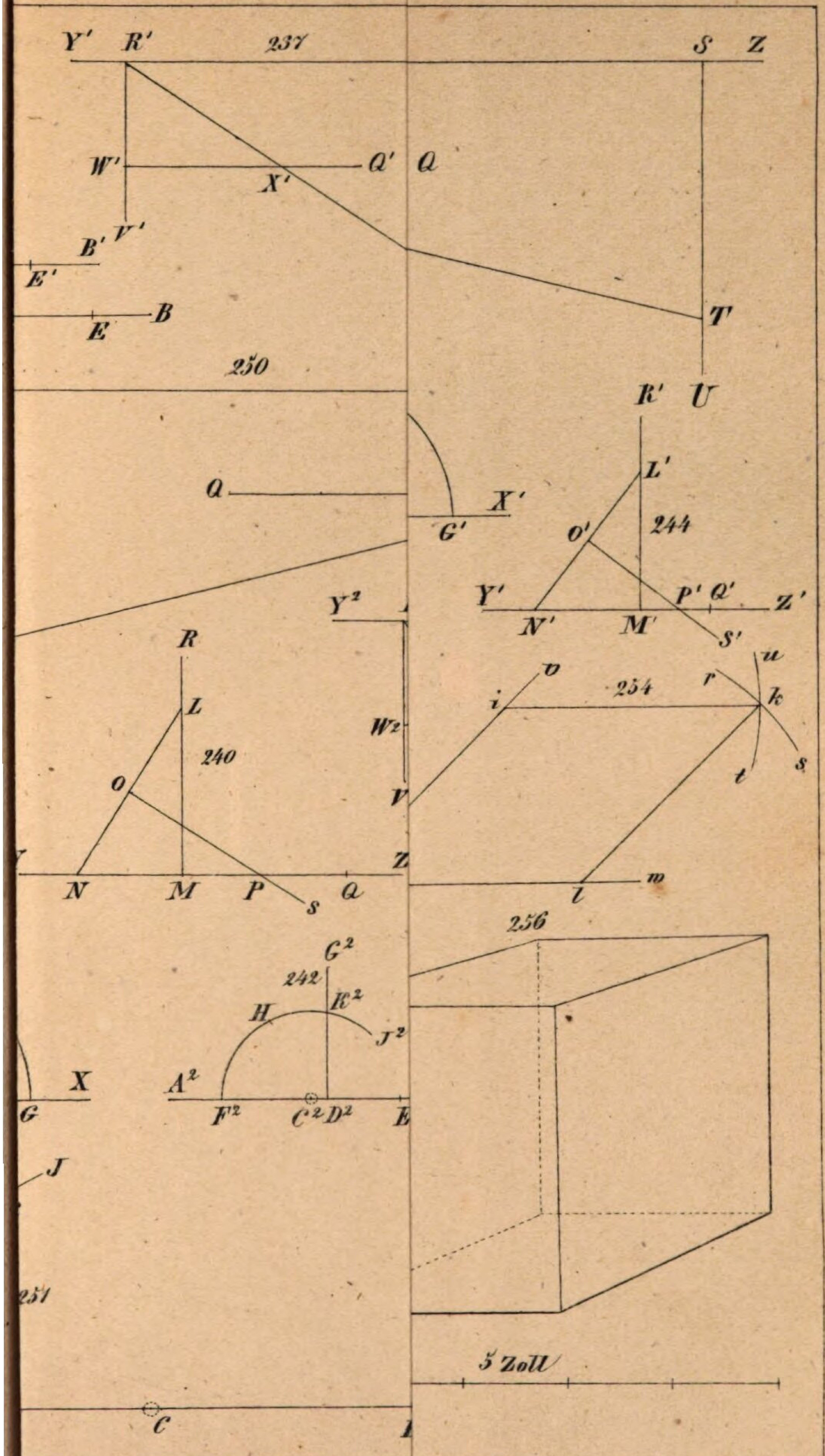
5. Zoll.
198
Y′ R′ S′ Z′
W′ Q′ X′
V′ T′ U′
u c n s′ g w o s s² c′ x t
201
212
W² E² F² G² X² J² H²
e
203
f f′ a e′ b
s
205
R⁴ L⁴ M⁴
200

Tab. XIV.

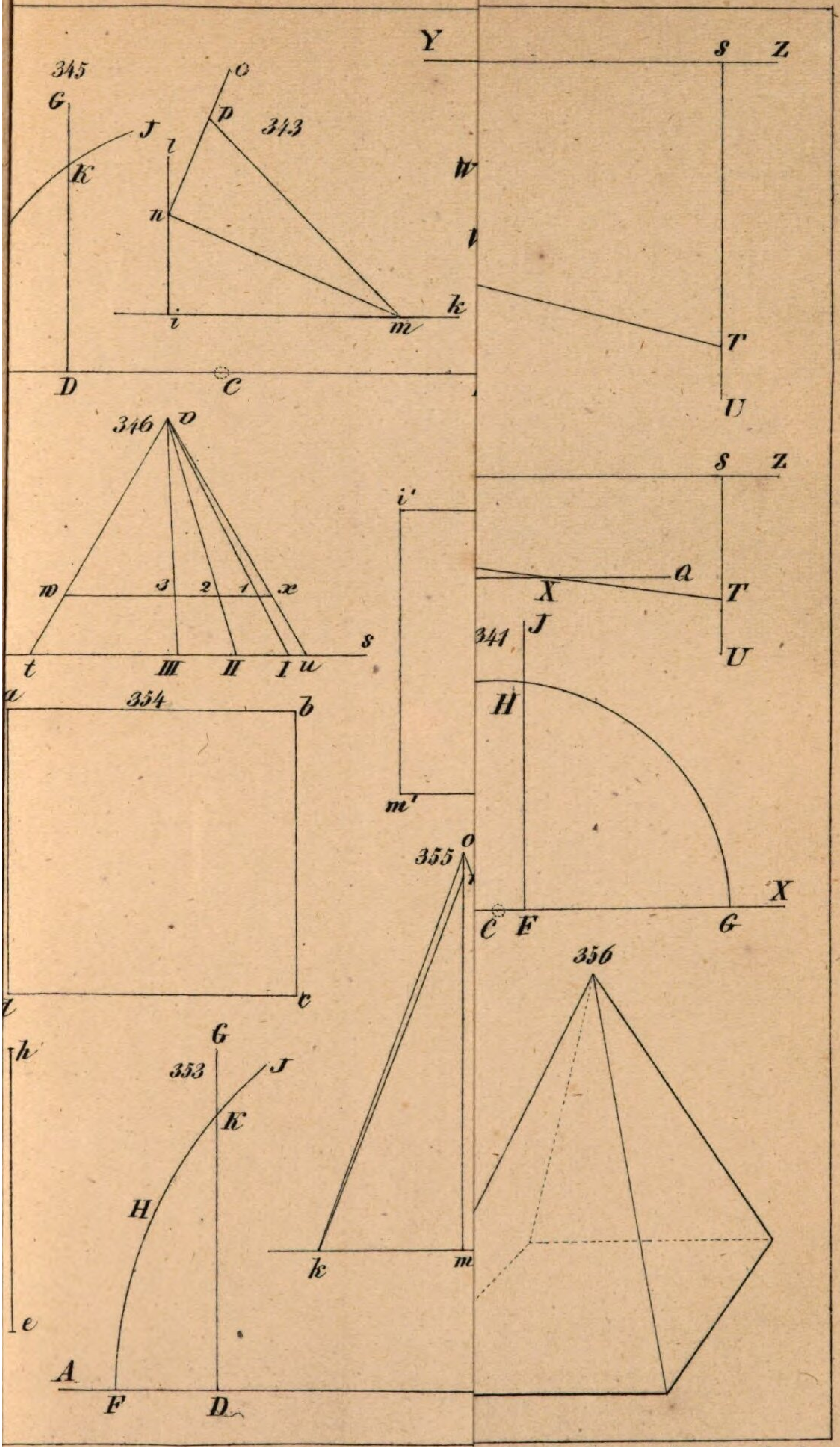


R
Y
W
V
h
226
e
A
F
a
d
231
l
o
S
Z
T
U
230
e
f
E
B
Z
S
R
Y
W
V
T
U
i
C
S
R
220
P
N
L
J
G
E
A
D
F
H
K
h
217
i
l
k

Tab. XV.

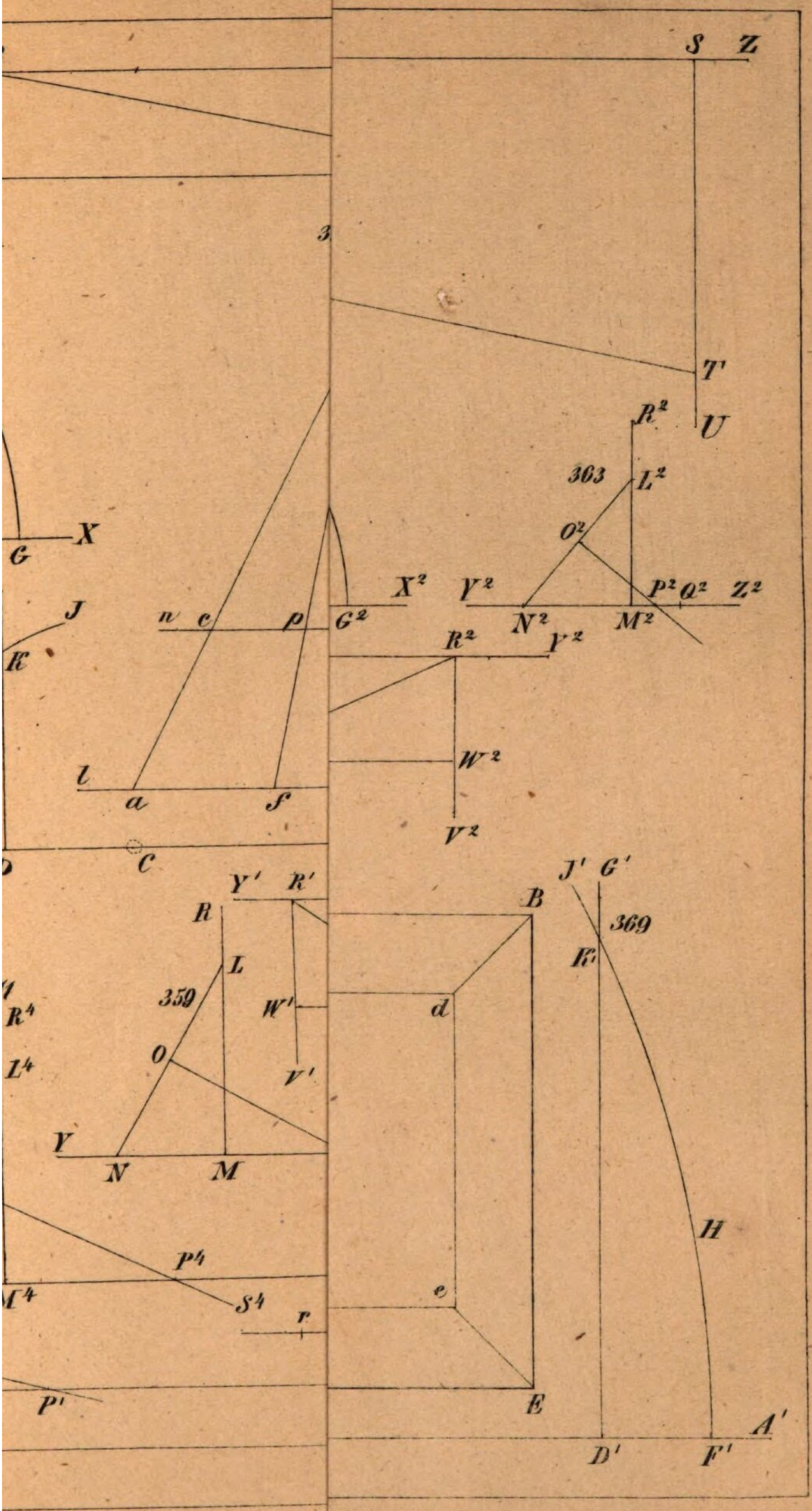


Y' R' 237 S Z
W' Q' Q
X'
B' V'
E'
E B
T
250
U
R' L' 244
Q X' G'
O' Y' P' Q' Z'
N' M' S'
Y²
R L 240
W²
O V
Z
N M P S Q
v i 254 r u k
t s
l m
256
G² 242 K² H J²
A² X G
F² C² D² E
J
251
5 Zoll
C



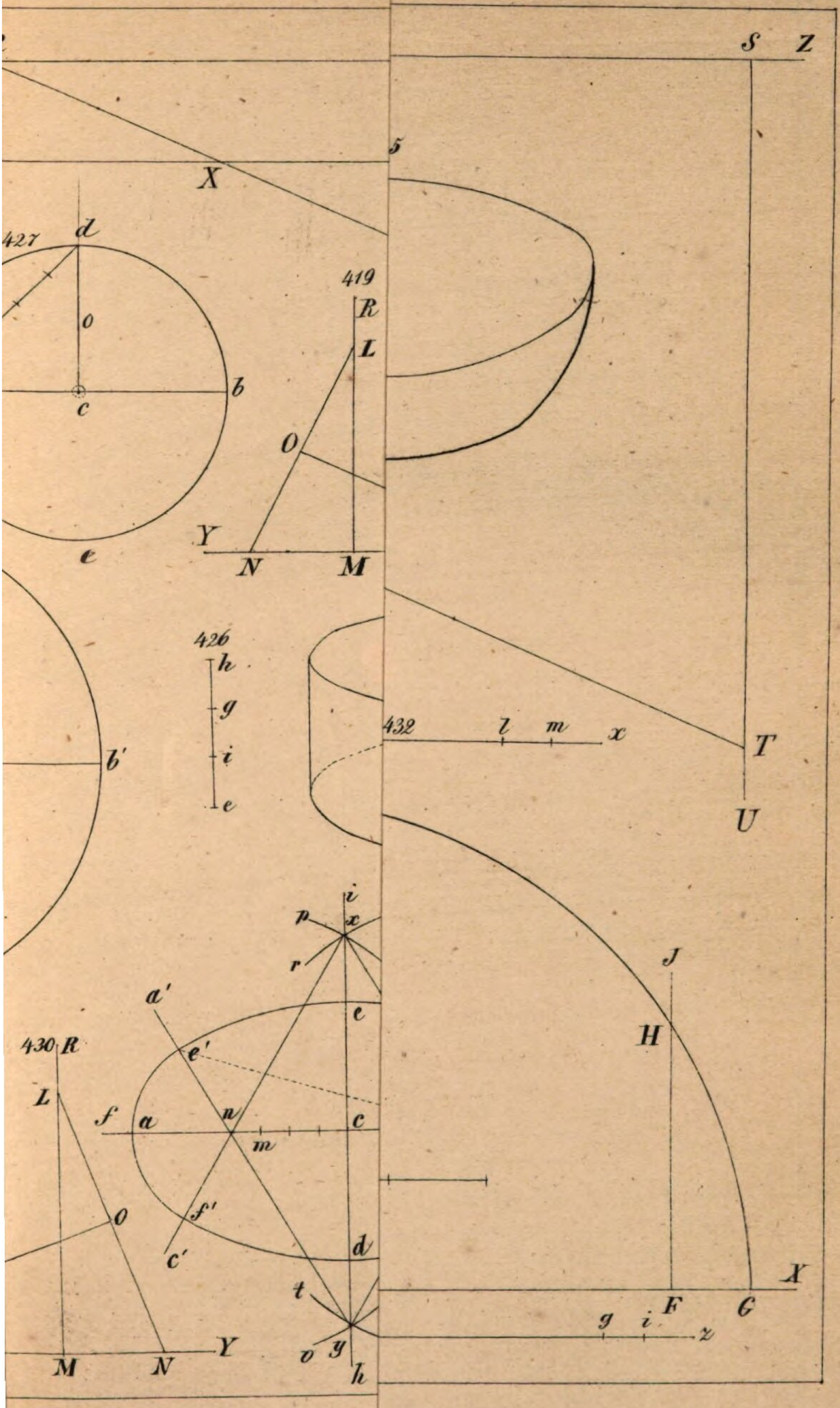
Steindr. v. Renner u. Ketzschau, Dresden.

Tab. XX.



S Z
T
U
R²
363
L²
O²
X²
Y²
P² Q² Z²
N²
M²
G
X
J
K
n c p G²
R² V²
W²
V²
l
a f
C
Y' R'
R
L
359
W'
V'
O
Y
N M
R⁴
L⁴
P⁴
S⁴
r
P'
B
d
e
E
J' G'
369
K'
H
A'
D' F'

Tab. XXIII.



427
419
426
430
432
5
X
d
o
b
c
e
R
L
O
Y
N
M
h
g
i
e
b'
S
Z
T
U
l
m
x
J
H
F
G
X
g
i
z
p
x
r
a'
e'
f
a
n
c
m
f'
c'
d
t
y
v
h
R
L
O
M
N
Y

B
E

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wagner, C. F.,

Anleitung zu Ausmittelung der Größe verschiedenartig geformter Gefäße nach gegebenen Bedingungen durch geometrische Constructionen für Gewerbtreibende

Dresden und Leipzig 1838

BHS III 26
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708275-6